

DOI 10.37539/2949-1991.2024.21.10.007
УДК 66.069

Меликов Эльчин Адиль, доцент,
Азербайджанский Государственный Университет
Нефти и Промышленности, г. Баку, Азербайджан

Магеррамова Тамелла Мустафа, доцент,
Азербайджанский Государственный Университет
Нефти и Промышленности, г. Баку, Азербайджан

**НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ПОИСКА
ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ
В ПРОИЗВОДСТВЕ ПРОПИЛЕНГЛИКОЛЯ
NONLINEAR PROBLEM OF SEARCHING
FOR OPTIMAL CONTROL INFLUENCES
IN THE PROPYLENE GLYCOL PRODUCTION**

Аннотация. Пропиленгликоль широко применяется в качестве основного продукта для получения жидкого антифриза, рабочей жидкости в гидравлических системах, полиэфирных смол, а также в производстве лаков и красок, косметики, фармацевтической продукции и продуктов питания в связи с его низкой токсичностью, отсутствием цвета и запаха, хорошими смягчающими и увлажняющими свойствами. В связи с этим, получение пропиленгликоля в косметике, фармацевтике, пищевой промышленности, бытовой химии и других отраслях промышленности является актуальной задачей.

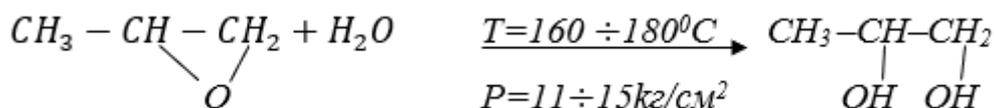
Abstract. Propylene glycol is widely used as a basic product for the production of liquid antifreeze, the working fluid in hydraulic systems, and polyester resins, as well as in the production of varnishes and paints, cosmetics, pharmaceuticals, and food products due to its low toxicity, lack of color and odor, good softening and moisturizing properties. Therefore, the production of propylene glycol in cosmetics, pharmaceuticals, food industry, household chemicals and other industries is a pressing issue.

Ключевые слова: товарный пропиленгликоль, оптимальное управление, технологический процесс, математическая модель, функция Лагранжа.

Keywords: commercial propylene glycol, optimal control, technological process, mathematical model, Lagrange function.

Известно, что пропиленгликоль широко применяется в косметической, фармацевтической, пищевой и пиво-безалкогольной промышленности, где его используют как растворитель в производстве безалкогольных напитков, сиропов, ароматизаторов и пищевых красителей, является эффективным увлажнителем, добавляемым при выпечке хлебобулочных изделий. Кроме того, пропиленгликоль поставляется на предприятия, производящие табачные изделия и моющие средства. Процесс производства пропиленгликоля проходит свои последовательные стадии в смесителе, обеспечивающего смешение окиси пропилена с паровым конденсатом, гидраторе, где происходит гидратация окиси пропилена в пропиленгликоль, трех параллельно работающих корпусах выпарной установки, где осуществляется выпарка парового конденсата продукта и ректификационной колонне. С точки зрения производства целевого продукта в технологической системе получения пропиленгликоля основным аппаратом является гидратор [1-3]. В гидраторе получение пропиленгликоля осуществляется на основе следующей реакции:





Как видно, реакция получения пропиленгликоля, гидратация окиси пропилена в нейтральной среде с добавлением щелочи зависит от температуры и давления в аппарате. Наряду с основной целью задачи, заключающейся в получении максимального количества пропиленгликоля необходимо соблюсти регламентные пределы его удельного веса $0,981 \div 1,036 \text{ г/см}^3$ [4]. В связи с этим, задача оптимального управления гидратором запишется в следующем виде:

$$y = f \left(P, T, \frac{F_1}{F_2} \right) \rightarrow \max \quad (1)$$

$$0.981 \leq g = G \left(P, T, \frac{F_1}{F_2} \right) \leq 1.036 \quad (2)$$

А ограничения, накладываемые на входные и управляющие параметры:

$$\left\{ \begin{array}{l} 11 \leq P \leq 15 \text{ кг/см}^2 \\ 160 \leq T \leq 180^\circ\text{C} \\ 500 \leq F_2 \leq 1000 \text{ м}^3/\text{час} \\ 3500 \leq F_1 \leq 6500 \text{ м}^3/\text{час} \\ 4 \leq \frac{F_1}{F_2} \leq 6 \end{array} \right. \quad (3)$$

где, y и g – соответственно количество и плотность пропиленгликоля; P и T – соответственно давление и температура в гидраторе; F_2 и F_1 – соответственно количество окиспропилена и расход воды, подаваемой в смеситель.

Таким образом, при заданном значении окиспропилена (F_2^0) и удовлетворении ограничений (3) необходимо определить такие значения управляющих параметров температуры, давления и отношения $\frac{F_1}{F_2}$ в гидраторе и смесителе, которые удовлетворяют ограничению (2) и обеспечивают максимум получения пропиленгликоля низкой токсичности.

Математические модели представим в виде уравнений регрессии:

$$y^* = B_0 + \sum_{i=1}^n B_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} x_i x_j \quad (4)$$

$$g^* = K_0 + \sum_{i=1}^n K_i x_i \quad (5)$$

Здесь y^* и g^* – соответственно количество пропиленгликоля и плотность, вычисленные на основе моделей; $K_0, B_0, K_i, B_i, B_{ij}$ ($i, j = \overline{1, n}$) – соответственно свободные, линейные и коэффициенты взаимодействия модели; x_i ($i = \overline{1, n}$) – входные параметры; n – число входных параметров.

Исходя из этого, можно утверждать, что задача (1)÷ (3) по своему характеру является задачей нелинейного программирования, для решения которой используется метод множителей Лагранжа. Применение этого метода возможно тогда, когда функция (4), характеризующая критерий задачи оптимального управления является выпуклой. Необходимое условие выпуклости функции (4) состоит в том, что ее коэффициенты – квадратичные эффекты ($B_{ij}, i, j = \overline{1, n}$) должны быть одинакового знака.

Для решения задачи выпуклого программирования (1)÷ (3) составим функцию Лагранжа в следующем виде:



$$L\left(P, T, \frac{F_1}{F_2}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6\right) = f_1\left(P, T, \frac{F_1}{F_2}\right) + \lambda_1\left(g_1\left(P, T, \frac{F_1}{F_2}\right) - 0.981\right) + \lambda_2\left(1.036 - g_2\left(P, T, \frac{F_1}{F_2}\right)\right) + \lambda_3(180 - T) + \lambda_4(T - 160) + \lambda_5(15 - P) + \lambda_6(P - 11) \quad (6)$$

Здесь, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$ – множители Лагранжа.

С помощью (6) находятся координаты седловой точки функции Лагранжа.

$$L\left(P, T, \frac{F_1}{F_2}, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_6^0\right) \leq L\left(P^0, T^0, \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_6^0\right) \leq L\left(P^0, T^0, \left(\frac{F_1}{F_2}\right), \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6\right) \quad (7)$$

Из теоремы Куна-Таккера, сформулировав необходимые и достаточные условия существования седловой точки функции Лагранжа и вводя неотрицательные переменные ϑ_j ($j = \overline{1,2}$) и w_i ($i = \overline{1,6}$), получим:

$$\frac{\partial L_0}{\partial P} + \vartheta_1 = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial T} + \vartheta_2 = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial \lambda_i} - w_i = 0 \quad (i = \overline{1,6}) \quad (10)$$

$$P^0 \vartheta_1 = 0 \quad (11)$$

$$T^0 \vartheta_2 = 0 \quad (12)$$

$$\lambda_i^0 w_i = 0 \quad (i = \overline{1,6}) \quad (13)$$

$$\lambda_i^0 \geq 0, \quad \vartheta_i \geq 0, \quad w_j \geq 0 \quad (i = \overline{1,2}, \quad j = \overline{1,6}) \quad (14)$$

Таким образом, для поиска решения задачи (1)÷ (3) необходимо определить решение системы уравнений (8)÷ (10), удовлетворяющее условиям (11)÷ (13). Это решение можно найти с помощью метода искусственного базиса. В то же время, решение линейных уравнений (11)÷ (13) с учетом выражений (8)÷ (10) и условия (14) сводятся к нахождению максимума функции:

$$F = -M \sum_i z_i \quad (15)$$

Здесь z_i – искусственная переменная, а M – достаточно большое положительное число. Тогда модель расхода и удельного веса пропиленгликоля:

$$y = 54.465 - 1.060T + 3.550P + 40.751 \frac{F_1}{F_2} + 0.006T^2 - 0.022TP - 0.148T \frac{F_1}{F_2} + 0.255P^2 - 1.562P \frac{F_1}{F_2} + 0.158 \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 \quad (16)$$

$$g = 0.950 + 0.0002T - 0.0007P + 0.0044 \frac{F_1}{F_2} \quad (17)$$

Здесь: $y = 70.18$, $g = 0.9969$, $T = 170^0C$, $P = 12.5 \text{ атм}$,

$$F_2 = 900 \frac{\text{м}^3}{\text{час}}, \quad F_1 = 4100 \frac{\text{м}^3}{\text{час}}, \quad \frac{F_1}{F_2} = 4.556$$



Функция (16) является выпуклой. Тогда функция Лагранжа:

$$\begin{aligned}
 L(T, P, \frac{F_1}{F_2}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6) = & 54.465 - 1.060T + 3.550P + \\
 & + 40.751 \frac{F_1}{F_2} + 0.006T^2 - 0.022TP - 0.148T \frac{F_1}{F_2} + 0.255P^2 - 1.562P \frac{F_1}{F_2} + \\
 & + 0.158 \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 + \lambda_1 (1.036 - (0.950 + 0.0002T - 0.0007P + 0.0044 \frac{F_1}{F_2})) + \\
 & + \lambda_2 (0.950 + 0.0002T - 0.0007P + 0.0044 \frac{F_1}{F_2} - 0.981) + \lambda_3 (180 - T) + \\
 & + \lambda_4 (T - 160) + \lambda_5 (15 - P) + \lambda_6 (P - 11)
 \end{aligned} \tag{18}$$

Таким образом, поставленная задача сводится к системе:

$$\begin{cases}
 F = -Mz_1 - Mz_2 - Mz_3 \\
 0.012T - 0.022P - 0.0002\lambda_1 + 0.0002\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 + \vartheta_1 = 1.734 \\
 -0.022T + 0.510P + 0.0007\lambda_1 - 0.0007\lambda_2 - \lambda_5 + \lambda_6 + \vartheta_2 = 3.566 \\
 0.0002T - 0.0007P + w_1 = 0.066 \\
 0.0002T - 0.0007P - w_2 + z_1 = 0.011 \\
 T + w_3 = 180 \\
 T - w_4 + z_2 = 160 \\
 P + w_5 = 15 \\
 P - w_6 + z_3 = 11 \\
 \vartheta_1, \vartheta_2, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, z_1, z_2, z_3 \geq 0
 \end{cases}$$

Результаты решения задачи оптимального управления технологическим процессом получения пропиленгликоля представлены в таблице 1, из которой видно, что при поддержании полученных нами оптимальных значений управлений $P, T, F_1/F_2$ количество получаемого пропиленгликоля низкой токсичности увеличивается по сравнению с реальным на 2,282 м³/час (3,5%).

Таблица 1

Параметры	T	P	$\frac{F_1}{F_2}$	y	g
Реальные	170	12.5	4.556	70.18	0.9969
Оптимальные	160	11	4.556	72.462	0.9940

Таким образом, на основе анализа исследуемого процесса получения сформулирована математическая постановка задачи оптимального управления его гидраторным блоком. Установлено, что по своему характеру она является задачей нелинейного программирования, для решения которой предлагается алгоритм оптимизации, основанного на применении метода множителей Лагранжа. Анализ результатов решения задачи показал, что при поддержании полученных оптимальных значений управляющих параметров количество получаемого пропиленгликоля увеличивается по сравнению с реальным на 3,5%.

Список литературы:

1. Melikov E.A. Application of a precise analogue in solving the fuzzy problem of optimal control for the hydration block. Multidisciplinary Scientific Edition, World Science, Warsaw, Poland, №4 (3), vol.2, pp. 23-28.



2. Меликов Э.А. Оптимальное управление производством пропиленгликоля. Журнал “Нефтехимия и нефтепереработка. Научно-технические достижения и передовой опыт”, ЦНИИТЭнефтехим, Москва, Россия, с. 18-20.

3. Меликов Э.А. и др. Исследование установки получения пропиленгликоля как объекта автоматизации. Материалы VII Международной конференции “Булатовские чтения”, Россия, том. 2, 2023, с. 97-100.

4. Melikov E.A., Maharramova T.M. Proceedings of Azerbaijan High Technical Educational Institutions (PANTEI). Multidisciplinary Journal, Refereed & Reviewed Journal, vol. 44 (05), issue 09, 2024, pp. 171-179.

5. <https://doi.org/10.36962/PANTEI44092024-19>

