

**Крестин Евгений Александрович**,  
к.т.н., доцент кафедры «Теплогазоснабжения и вентиляции»  
ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»,  
г. Самара

**Глазков Максим Александрович**,  
студент 2 курса профиля подготовки  
«Гидротехническое строительство»,  
ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»,  
г. Самара

## УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ТРУБОПРОВОДОВ

**Аннотация:** Уравнение Бернулли впервые было сформулировано швейцарским математиком Даниэлем Бернулли в 1738 году. Уравнение Бернулли является одним из классических уравнений в математической физике и находит применение в различных областях, включая механику, гидродинамику и теорию управления. Уравнение Бернулли имеет множество интересных свойств и решений, и его изучение позволяет лучше понять основы дифференциальных уравнений и их приложения в физике и инженерии.

**Ключевые слова:** уравнение Бернулли, гидравлика, водопровод.

Даниил Бернулли (1700 – 1782) – Швейцарский физик и математик. Его известное уравнение отображает характеристики плавно изменяющегося потока и выступает ключевым законом гидравлики. На основании уравнения Бернулли сконструирован ряд гидравлических приборов, таких как: водомер Вентури, водоструйный насос, эжектор, инжектор, гидроэлеватор и так далее.

**Общие сведения:** для двух произвольно выбранных живых сечений трубопровода I-I и II-II струйки реальной жидкости при установившемся движении уравнение Д. Бернулли имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{w1-2} \quad (1)$$

Слагаемые, входящие в уравнение, можно истолковать с геометрической и энергетической точек зрения.

С геометрической точки зрения, слагаемые уравнения являются высотами (напорами):  
 $z$  – геометрическая высота (напор), т.е. превышение центра тяжести рассматриваемого поперечного сечения струйки над плоскостью сравнения 0-0, выбираемой произвольно;

$p/\rho g$  – пьезометрическая высота, т.е. высота подъема жидкости в пьезометре, подключенном к центру тяжести рассматриваемого сечения струйки, отвечающая гидродинамическому давлению  $p$  в этой точке;

$\alpha V^2/2g$  – скоростная высота (напор), отвечающая средней скорости  $V$ ;

$z_1 + \frac{p_1}{\rho g}$  – гидростатический напор;

$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = H$  – полный напор в рассматриваемом сечении струйки;

$h_{w1-2} = H_1 - H_2$  – потеря полного напора, т.е. часть полного напора, затраченная на преодоление гидравлических сопротивлений на пути между сечениями I-I и II-II.

С энергетической точки зрения, слагаемые уравнения представляют собой разновидности удельной энергии, а именно:

$z$  – удельная потенциальная энергия положения жидкости в рассматриваемом сечении струйки;



$P/\rho g$  – удельная потенциальная энергия давления;

$\alpha V^2/2g$  – удельная кинетическая энергия;

$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = H$  – полная удельная энергия;

$z_1 + \frac{p_1}{\rho g}$  – удельная потенциальная энергия;

$h_{w1-2}$  – потеря полной удельной энергии потока, т.е. часть ее, затраченная на преодоление работы сил внутреннего трения, обусловленного вязкостью жидкости.

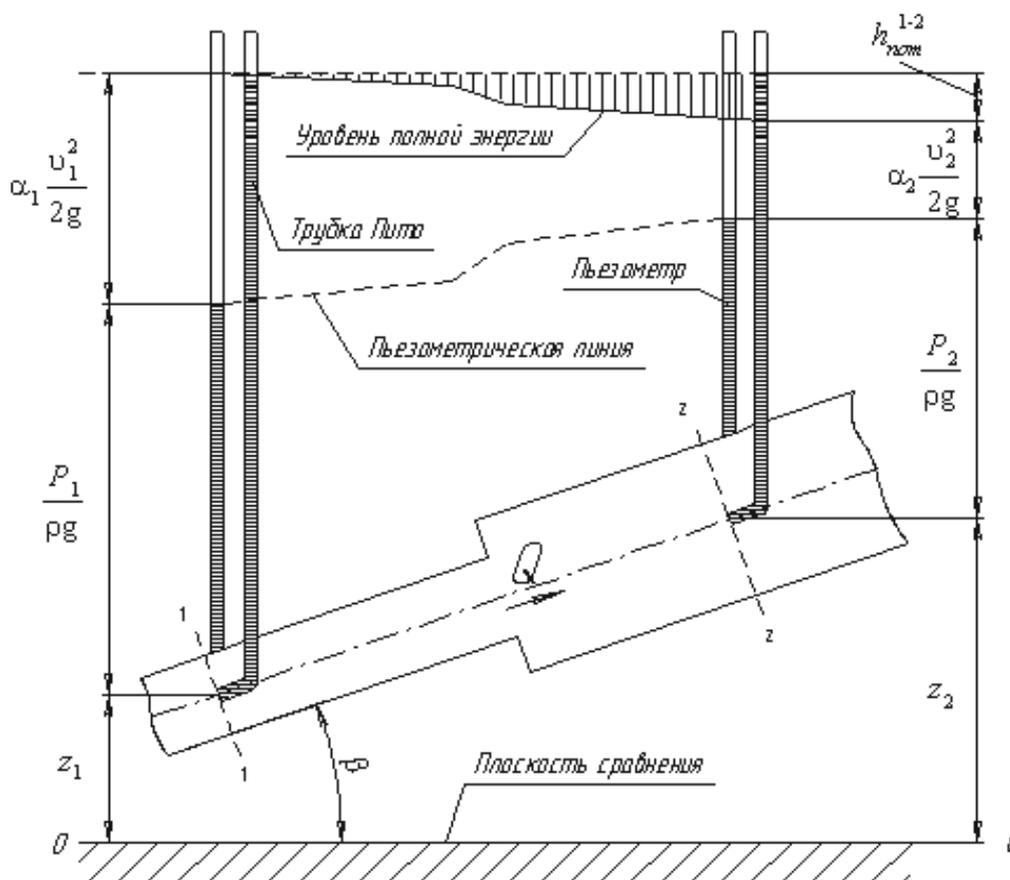


Рисунок 1 – Диаграмма уравнения Д. Бернулли для потока реальной жидкости  $\alpha$  – коэффициент Кориолиса (корректив кинетической энергии), учитывающий неравномерность распределения местных скоростей  $U$  по живому сечению потока, обусловленную вязкостью жидкости.

**Описание опытной установки.** Установка представляет собой трубопровод 2 переменного сечения с напорным баком 1, вода в который подается по питающему трубопроводу 8. Бак 1 снабжен переливным устройством 10 для поддержания уровня воды на постоянной отметке, чтобы обеспечить в трубопроводе 2 установившееся движение жидкости. К сечениям I-I и II-II трубопровода 2 подключены пьезометры 3 и скоростные трубки 4 для измерения величин  $p/\rho g$  и  $V^2/2g$ . Расход воды в трубопроводе 2 регулируется вентилем 6. Для измерения расхода воды имеются мерный бак 7 и секундомер 5.



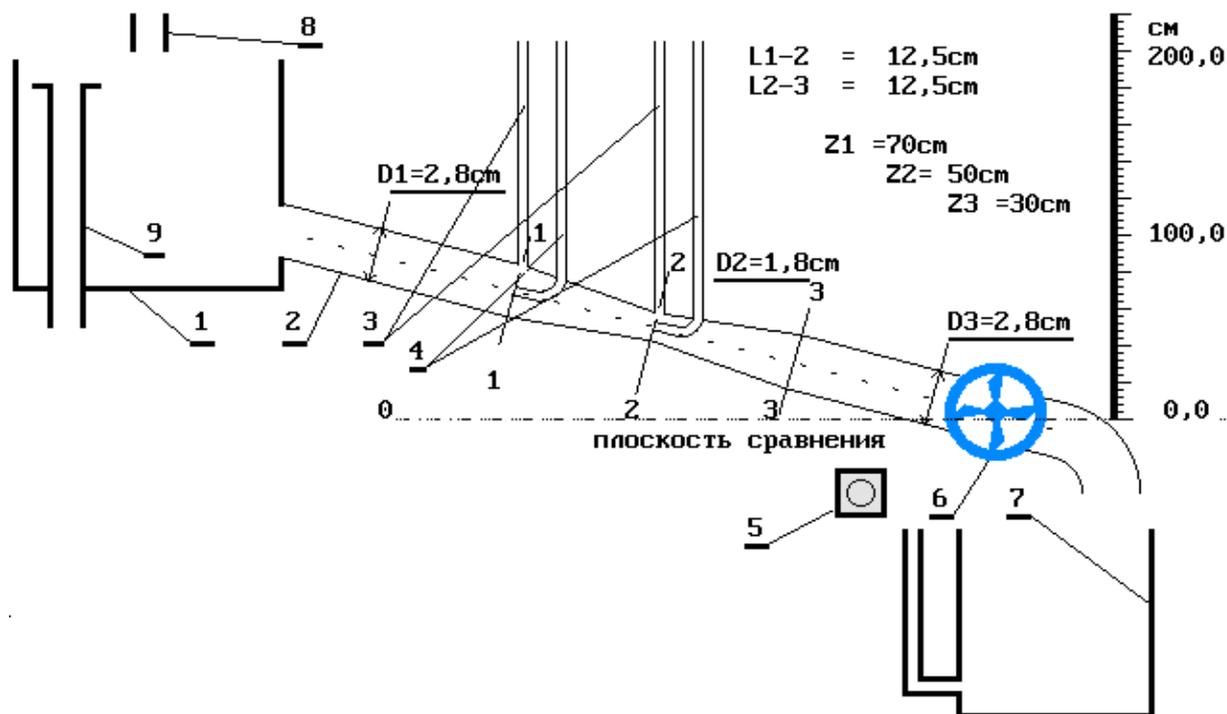


Рисунок 2 – схема опытной установки.

**Проведение эксперимента.** Для начала водой заполняется бак 1 и трубопровод 2, затем открывается вентиль 6 так, чтобы трубопровод 2 работал полным сечением, а уровень воды в баке был постоянным. После этого по шкалам определяются отметки уровней воды в пьезометрах и трубках Пито в сечениях I-I и II-II. Для определения погрешности измерений, скоростной напор можно определить с помощью бака 7 и секундомера. Вычислив разницу показаний между трубками Пито, получим потери энергии на участке I-I – II-II. По показаниям пьезометров определяется давление в сечениях. По показаниям трубок Пито определяются полные напоры в сечениях, а с помощью разниц показаний скоростных трубок и пьезометров определяется скоростной напор.

**Расчет кольцевых трубопроводов.** Целью гидравлического расчета кольцевой водопроводной сети является определение действительного распределения расходов и потерь напора на участках сети. После назначения диаметров труб, определяют скорости движения воды и потери напора на участках сети, а также невязку потерь напора,  $h$  в м, в кольцах. Вычисленные потери напора используют затем для определения высоты ВБ и потребного напора насосов, питающих водопроводную сеть.

Потери напора при увязке кольцевых водопроводных сетей можно определять по формуле:

$$h = Sq^2 = ALKq^2 \quad (2)$$

где  $S$  – полное гидравлическое сопротивление;  $A$  – удельное гидравлическое сопротивление, принимаемое по таблицам. Потери напора при движении воды в кольце по часовой стрелке считаются условно положительными, против часовой стрелки – отрицательными.

**Расчет тупиковых трубопроводов.** Тупиковые участки с точки зрения гидравлического расчета представляет собой боковые ответвления разветвленных трубопроводов с известным напором в точке подключения и заданным направлением движения воды.



Задача расчета сводится к определению диаметра труб. Диаметр вычисляют по наибольшему расходу на хозяйственно-питьевые нужды с учетом экономического фактора по формуле:

$$d = \vartheta^{0,15} * q^{0,43} \quad (3)$$

После определения диаметров труб, вычисляется скорость движения воды в трубах:

$$V = \frac{4q}{\pi d^2} \quad (4)$$

Затем вычисляется сопротивление данного участка:

$$S = ALK \quad (5)$$

Определяем потери напора на участках:

$$h = Sq^2 \quad (6)$$

**Заключение.** Уравнение Бернулли предоставляет мощный аналитический инструмент для понимания и предсказания поведения потоков жидкости и газа. Оно позволяет инженерам и ученым разрабатывать эффективные системы, такие как водоснабжение, вентиляция и аэродинамические конструкции. Применение этого уравнения также способствует оптимизации процессов в различных отраслях, от проектирования самолетов до анализа кровообращения в медицинских приложениях. В целом, уравнение Бернулли остается фундаментальным принципом, который продолжает вдохновлять исследования и разработки в области механики жидкостей.

*Список литературы:*

1. Справочник по гидравлическим расчетам. Под с 74 ред. П. Г. Киселева. Изд. 5-е. М., «Энергия», 1974.
2. Лабораторные работы по гидравлике в виртуальной лаборатории: методические указания / сост. В.И. Веснин; СГАСУ. – Самара, 2009. – 40 с.
3. [http://mathprofi.ru/differencialnoe\\_uravnenie\\_bernulli.html](http://mathprofi.ru/differencialnoe_uravnenie_bernulli.html).
4. <https://www.hydrootvet.ru/blogs/info/148>.

