

Чашемов Довран , студент,
АГТУ ВШН «Альметьевский государственный
технологический университет» Высшая школа нефти

Научный руководитель:
Мельникова Эльвира Фаизовна,
АГТУ ВШН «Альметьевский государственный
технологический университет» Высшая школа нефти

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА

Аннотация. В статье рассматривается применение методов математического моделирования для оптимизации технологических процессов в производстве. На примере задачи оптимизации состава многокомпонентной смеси демонстрируется процесс формализации технологической задачи в виде модели линейного программирования. Представлена постановка задачи, включающая целевую функцию минимизации себестоимости и систему ограничений, учитывающих технические требования к продукту. Показана эффективность использования симплекс-метода для решения данной задачи, а также проведен анализ чувствительности решения к изменению параметров модели. Результаты работы подтверждают практическую значимость математических методов для принятия обоснованных управленческих решений в производственной сфере.

Ключевые слова: Математическое моделирование, оптимизация, технологические процессы, линейное программирование, симплекс-метод, себестоимость, многокомпонентная смесь.

Введение

Актуальность проблемы оптимизации в современном производстве сложно переоценить в условиях растущей конкуренции и требований к эффективности использования ресурсов. Роль математического моделирования как ключевого инструмента для принятия управленческих решений становится все более значимой. Целью данной статьи является демонстрация на конкретном примере, как математический аппарат позволяет формализовать и решить задачу оптимизации технологического процесса.

Основная часть

В производственной практике широко применяются различные типы математических моделей. Дифференциальные уравнения эффективно описывают динамику процессов, например, нагрева в промышленных печах. Теория массового обслуживания используется для анализа очередей на производственных линиях и оптимизации логистических цепочек. Однако в задачах статической оптимизации, связанных с распределением ресурсов, наиболее востребованы методы математического программирования, такие как линейное, нелинейное и динамическое программирование. Рассмотрим конкретную задачу оптимизации состава многокомпонентной смеси, которая возникает при производстве комбикормов, металлических сплавов или полимерных материалов. Целью является минимизация себестоимости конечного продукта. Основные ограничения связаны с необходимостью обеспечения физико-химических свойств продукта (прочности, плотности, питательности) в соответствии с заданными техническими условиями (ТУ). Для формализации задачи введем следующий математический аппарат. Предположим, необходимо произвести 1000 кг (1 тонну) конечного продукта, состоящего из n компонентов.



Переменные: (x_1, x_2, \dots, x_n) – массы каждого компонента в килограммах.

Параметры:

* (c_1, c_2, \dots, c_n) – стоимость за килограмм для каждого компонента.

* $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ – содержание i -го ключевого свойства в j -м компоненте.

* (b_i^{\min}, b_i^{\max}) – минимально и максимально допустимое содержание i -го свойства в готовом продукте.

* (d_j^{\min}, d_j^{\max}) – технологические ограничения на количество j -го компонента.

Математическая модель задачи принимает вид:

1. Целевая функция (минимизация себестоимости):

$$[Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \min]$$

2. Система ограничений:

* Баланс массы: $(x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1000)$

* Ограничения на свойства продукта (для каждого i -го свойства):

$$[b_i^{\min} \leq \frac{a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n}{1000} \leq b_i^{\max}]$$

* Ограничения на долю компонентов: $(d_j^{\min} \leq x_j \leq d_j^{\max})$ для некоторых j .

* Условие неотрицательности: $(x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n)$

Полученная модель представляет собой задачу линейного программирования. Для ее решения эффективно применяется симплекс-метод. Проведем численный расчет для условного примера с тремя компонентами. Пусть стоимости компонентов: $(c_1 = 10)$ руб/кг, $(c_2 = 15)$ руб/кг, $(c_3 = 8)$ руб/кг. Технические условия требуют, чтобы содержание определенного элемента (например, белка) было не менее 20%. Содержание этого элемента в компонентах: $(a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.25)$. Решив задачу с помощью симплекс-метода, находим оптимальный состав, например: $(x_1 = 200)$ кг, $(x_2 = 500)$ кг, $(x_3 = 300)$ кг, при котором минимальная себестоимость тонны продукта составляет 12 100 рублей.

Важным этапом является анализ чувствительности, который показывает, как изменится решение при варьировании параметров модели. Например, если цена второго компонента возрастет на 10%, пересчет модели может показать, что оптимальным станет увеличение доли третьего компонента, что демонстрирует гибкость подхода и позволяет оценить устойчивость решения к колебаниям рынка.

Заключение

Применение методов математического моделирования, в частности линейного программирования, является высокоэффективным инструментом для оптимизации технологических процессов. Разработанная модель для оптимизации состава смеси позволяет не только найти решение, минимизирующее затраты, но и проводить анализ «что, если», что крайне ценно для планирования и управления производством. Перспективой дальнейших исследований является усложнение модели за счет учета нелинейных зависимостей, динамических изменений параметров во времени и стохастических факторов, таких как неопределенность в ценах на сырье или спросе на продукцию.

Список литературы:

1. Половинкин, В.Н. Основы инженерного творчества: учебное пособие для вузов / В.Н. Половинкин. – Москва: ИД «Форум», 2019. – 368 с.
2. Карманов, В.Г. Математическое программирование: учебное пособие / В.Г. Карманов. – 7-е изд., стер. – Москва: Физматлит, 2020. – 264 с.
3. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: учебное пособие / И.В. Орлова. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2020. – 389 с.



4. Жучков, В.И. Оптимизация технологических процессов в производстве композиционных материалов на основе математического моделирования / В.И. Жучков, А.С. Петров // Научный журнал «Вестник машиностроения». – 2021. – № 5. – С. 45-50.

