

## РАСЧЁТ ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ В ПРОГРАММЕ MATHCAD

**Аннотация:** Расчёт параметров схемы замещения (рис. 1) и расчёт механических характеристик по каталожным данным [1,2,3,4] является важной задачей так как в справочных данных содержатся координаты трёх точек механической характеристики.

Кроме того в каталожных данных отсутствуют размеры паза ротора чтобы точно определить коэффициенты поверхностного эффекта и создать точную механическую характеристику.

В данной работе применяется приближённый метод учёта поверхностного эффекта только за счёт изменения приведённого активного сопротивления ротора в программе MathCAD при расчёте механических характеристик.

**Ключевые слова:** асинхронный электродвигатель, номинальный ток, пусковой ток, номинальное напряжение, пусковой момент, номинальное и критическое скольжение, механическая характеристика.

Особенности работы в MathCAD [5,6].

Программа MathCAD это мощное средство расчёта различных математических систем, когда изменение одного любого параметра в системе уравнений приводит к автоматическому расчёту всех уравнений, при этом не требуется калькулятора. Однако эта программа имеет свои особенности.

1. Нельзя в формулах устанавливать буквенные индексы, например  $U_n$  – номинальное напряжение. При этом индексы должны быть только числовые, например  $U_2$  – номинальное напряжение. (Индексы устанавливается кнопкой).

2. Необходимо перемножить  $\hat{A}_1 \hat{A}_2 \tilde{N}_3$ , при перемножении первых двух чисел нажатием кнопки получим  $\hat{A}_1 \cdot \hat{A}_2$ . Поэтому порядок умножения должен быть таким: умножаются кнопкой буквы без индексов  $\hat{A} \cdot \hat{A} \cdot \tilde{N}$ , а затем  $\hat{A}_1 \cdot \hat{A}_2 \cdot \tilde{N}_3$  устанавливаются индексы другой кнопкой.

3. В MathCad поддерживаются все возможные операции над комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление и др.).

Мнимая единица "i" вводится с панели инструментов "Calculator" и проставляется после значения числа, например:

$$Z_5 := \frac{[(R_0 + X_0i)(r'2 + X_4i)]}{(R_0 + r'2 + X_0i + X_4i)} = 0.538 + 6.947i \quad (1)$$

4. Нельзя с панели компьютера ставить запятые они проставляются нажатием кнопки в MathCad, где предусмотрены также кнопки математических действий сложение, умножение и т. д.

Одной из задач при любом моделировании процессов в двигателе является определение параметров T-образной схемы замещения, показанной на рис. 1 и расчётной схемы переходных процессов рис.2.

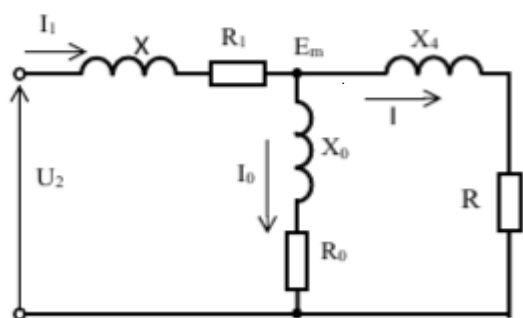
В данной работе предлагается производить пуск конкретного двигателя серии А4-450Х-6, 630 квт, 6000В.



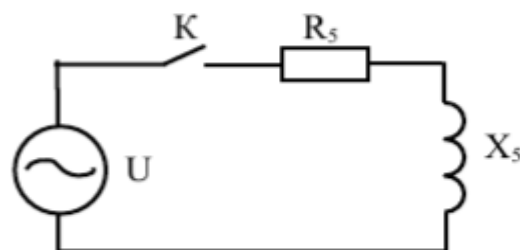
Таблица.1.

Каталожные данные и обозначения для Маткада

Обозначения в Маткаде	Обозначения в рукописи.		
$P_1=630000$	$P_H=630000$	630 кВт	номинальная мощность двигателя,
$U_1=6000$	$U_H=6000$	В	номинальное линейное напряжение,
$I_1=74,4$	$I_H=74,4$	А	номинальный ток, фазный ток статора
$n_1=1000$	$n_H=1000$	об/мин	номинальная частота вращения,
$S_1=0,011$	$S_H=0,011$	1,1 %	номинальное скольжение,
$\eta_1=0,947$	$\eta_H=0,947$	94,7 %	коэффициент полезного действия в режиме номинальной мощности (100% я нагрузка);
$\cos \varphi =0,86$	$\cos \varphi =0,86$	о.е.	коэффициент мощности в режиме номинальной мощности;
$k_1=4,5$	$I_{II}/I_H = k_I = 4,5$	о.е.	кратность пускового тока,
$k_2=1$	$M_{II}/M_H = k_{II} = 1$	о.е.	кратность пускового момента,
$\lambda=1,9$	$M_{МАКС}/M_H = \lambda = 1,9$	о.е.	кратность максимального момента,
$J=48$	$J=48$	кг/м <sup>2</sup>	момент инерции ротора
$M_1=6019,5$	$M_H=6019,5$	Нм	номинальный момент нагрузки
$m_1=3$	$m_1=3$		число фаз
$Z_1=3$	$Z_p=3$		число пар полюсов магнитного поля статора.
$U_2=3468,2$	$U_{1H}=3468,2$	В	фазное напряжение $6000/1,73$
$C_1=1,03$	$C_1=1,03$		Принято среднее значение коэффициента $C_1$ —это отношение номинального напряжения $U_{1H}$ к ЭДС цепи намагничивания $E_{m0}$ в режиме идеального холостого хода фактически он учитывает падение напряжения в статорной цепи от тока намагничивания.
$\omega_1=314$	$\omega_1=314$	Рад/с	Угловая скорость



Р и с. 1  
 Т-образная схема замещения асинхронного двигателя



Р и с. 2  
 Расчётная схема переходных процессов.



Полученные данные T – образной схемы замещения (рис. 1) из MathCada

$$U_2 := 3468.2$$

$$X_0 := 137.193 \quad R_0 := 1 \quad X_3 := 7.315$$

$$X_4 := 7.315 \quad r_1 := 0.444 \quad r_2 := 0.594$$

Расчётные сопротивления схемы замещения (рис.2)

$$Z_5 := \frac{[(R_0 + X_0i)(r_2 + X_4i)]}{(R_0 + r_2 + X_0i + X_4i)} = 0.538 + 6.947i$$

$$R_5 := 0.538 + r_1 = 0.982 \quad X_5 := 6.947 + X_3 = 14.262$$

Индуктивность

$$L_w := \frac{X_5}{\omega_1} = 0.045 \quad L_w := \frac{X_5}{314} = 0.045$$

Постоянная времени

$$\tau := \frac{L}{R_5} = 0.046$$

Индуктивность и постоянная времени достаточны по величине для дискретного пуска.

Главными основными задачами в программе MathCad являются:

расчёт и построение графиков механических характеристик асинхронного электродвигателя без учёта и с учётом вытеснения тока. В [4,7] приводятся формулы условно точного расчёта и построения механических характеристик. Для этого требуются данные о размерах ротора. К сожалению в каталожных данных нет размеров ротора. Поэтому в данной работе за счёт программы MathCad производится расчёт и построение механической характеристики без учёта поверхностного эффекта [1,2,3] и предлагается новый приближённый метод расчёта с учётом поверхностного эффекта.

В MathCad на первой странице вверху вводятся каталожные данные шрифтом из MathCada, это способствует автоматическому расчёту после написания формул. В программе можно ввести каталожные данные другого двигателя и получить результаты расчёта механических характеристик в двух вариантах.

Программа MathCad

Каталожные данные

$$P_H=630000 \quad U_H=6000 \quad I_H=74,4 \quad n_H=1000 \quad S_H=0,011$$

$$\eta_H=0,947 \quad \cos\varphi=0,86 \quad I_{II}/I_H = k_I = 4,5 \quad M_{II}/M_H = k_{II} = 1 \quad M_{\text{МАКС}}/M_H = \lambda = 1,9 \quad C_1=1,03$$

$$U_{IH}=3468,1 \quad M_H=6019,5 \quad m_1=3 \quad Z_p=3 \quad C_1=1,03 \quad \omega_1=314$$

Данные для расчёта в MathCad

$$D_1 := 630000$$

$$U_1 := 6000$$

$$I_1 := 74.4$$

$$n_1 := 1000$$

$$S_1 := 0.011$$

$$\eta_1 := 0.947$$

$$\cos\varphi := 0.86$$

$$k_1 := 4.5$$

$$k_2 := 1$$

$$\lambda := 1.9$$



$$\begin{aligned}C_1 &:= 1.03 \\U_2 &:= 3468.2 \\I_1 &:= 6019.5 \\m_1 &:= 3 \\Z_1 &:= 3 \\\omega_1 &:= 314\end{aligned}$$

Расчёт по методике Усольцева

Активное сопротивление статора  $r_{11}$ . Однако величина этого сопротивления несколько завышена, точнее определим позже как  $r_1$ .

$$r_{11} := \frac{\left[ U_2 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi - \frac{(I_1 \cdot \omega_1)}{(m_1 \cdot Z_1)} \right]}{\left[ (I_1)^2 \right]} = 2.149$$

Номинальный момент приближённый

$$\begin{aligned}I_3 &:= \frac{D_1}{\frac{n_1 \cdot 2 \cdot \pi}{60}} = 6.016 \times 10^3 \\ \pi &= 3.142\end{aligned}$$

Определяется приведённое активное сопротивление ротора

$$r'_2 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot \left[ (U_2)^2 \right] \cdot S_1}{\omega_1 \cdot \left[ (C_1)^2 \right] \cdot I_3} = 0.594$$

Максимальное критическое скольжение  $S_2$  по формулам Усольцева

$$\lambda := \frac{r_{11}}{C_1 \cdot r'_2} = 3.511$$

$$\dot{\lambda} := 1 - 2 \cdot \lambda \cdot S_1 \cdot (\lambda - 1) = 0.93$$

$$S_2 := \frac{S_1 \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \dot{\lambda}})}{\dot{\lambda}} = 0.042$$

Активное сопротивление статора с уточнением  $r_{11}$

$$r_1 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot \left[ (U_2)^2 \right]}{2 \cdot \omega_1 \cdot \lambda \cdot I_3} - \frac{C_1 \cdot (r'_2)}{S_2} = 0.444$$

Сопротивления потоков рассеяния двигателя

$$X_2 := \sqrt{\left( \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 - (r_1)^2} = 14.63$$



Критическое скольжение

$$S_2 := \frac{C_1 \cdot r'_2}{\sqrt{(r_1)^2 + (X_2)^2}} = 0.042$$

Полагая, что сопротивления потоков рассеяния статора и ротора равны

$$X_3 := \frac{X_2}{2} = 7.315$$

$$X_4 := \frac{X_2}{2} = 7.315$$

$$X_2 := X_3 + X_4$$

Реактивная составляющая комплексной проводимости

$$\hat{A} := \frac{X_2}{\left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1} \right)^2 + (X_2)^2 \right] \cdot C_1} = 4.228 \times 10^{-3}$$

Сопротивление цепи намагничивания

$$X_0 := \frac{1}{C_1 \cdot \left( \frac{I_1 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{U_2} - \hat{A} \right)} - X_3 = 137.193$$

Принято  $R_0=1$

Активное сопротивление статора

$$r_1 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot [(U_2)^2]}{2 \cdot \omega_1 \cdot \lambda \cdot \dot{I}_3} - \frac{C_1 \cdot (r'_2)}{S_2} = 0.444$$

Механическая характеристика по Усольцеву

Момент при критическом скольжении  $S_2=0,042$

(1)

$$\dot{I}_4 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_2 \cdot \left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 1.11 \times 10^4$$

$$\omega_4 := 104.67$$

Угловая скорость

$$\omega_3 := (1 - S_1) \omega_4 = 103.519$$

Момент при номинальном значении  $S_1=0,011$

$$r_1 := 0.444$$

$$C_1 := 1.03$$



$$S_1 := 0.011$$

$$r'_2 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot [(U_2)^2] \cdot S_1}{\omega_1 \cdot [(C_1)^2] \cdot \dot{I}_1} = 0.594$$

$$X_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2}\right)^2 - (r_1)^2} = 14.622$$

$$\dot{I}_3 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 5.544 \times 10^3$$

Обозначили

Критический момент при критическом скольжении  $S_2=0,042$

$$\dot{I}_4 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_2 \cdot \left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 1.11 \times 10^4$$

$$r_1 := 0.444$$

$$C_1 := 1.03$$

$$r'_2 := 0.594$$

$$S_2 := 0.042$$

Расчёт при скольжениях больше критического с учётом поверхностного эффекта за счёт изменения  $r'_2$  и учёта механической характеристики до критического скольжения. Изменяя  $r'_2$  добиваемся необходимого значения момента, при этом ось моментов делится приближённо на равные отрезки. При моменте пуска самый большой поверхностный эффект, так как скольжение  $S_1=1$  и частота в роторе 50 Гц. Номинальный момент равен пусковому  $M_2=M_3=5547$  Нм. Изменяем  $r'_2$  чтобы получить момент равный номинальному.



$$\begin{aligned}
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2}\right)^2 - (r_1)^2} = 14.56 \\
 S_1 &:= 1 \\
 r'_2 &:= 28.9 \\
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 29.764 \\
 \dot{I}_5 &:= \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 + (X_2)^2\right]} = 5.54 \times 10^3
 \end{aligned} \tag{2}$$

Моменты переключения при скольжениях  $S=0,75, 0,5, 0,25$  через равные промежутки моментов настраиваются так же регулированием  $r'_2$ . При скольжениях меньше 0,25 промежутки моментов уменьшаются.

$$\begin{aligned}
 S_1 &:= 0.75r'_2 := 18.5 \\
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 25.403 \\
 \dot{I}_3 &:= \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 + (X_2)^2\right]} = 6.474 \times 10^3 \\
 S_1 &:= 0.5 \\
 r'_2 &:= 10.6 \\
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 21.831 \\
 \dot{I}_3 &:= \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 + (X_2)^2\right]} = 7.512 \times 10^3 \\
 S_1 &:= 0.25 \\
 r'_2 &:= 4.65 \\
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 19.153 \\
 \dot{I}_3 &:= \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 + (X_2)^2\right]} = 8.538 \times 10^3
 \end{aligned} \tag{3}$$



MathCad

$$\begin{aligned}
 S_1 &:= 0.15 \\
 r'_2 &:= 2.45 \\
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 16.817 \\
 \dot{i}_3 &:= \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 9.692 \times 10^3 \\
 &\text{Критическое скольжение} \\
 S_1 &:= 0.042 \\
 r'_2 &:= 0.594 \\
 X_2 &:= \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 14.56 \\
 \dot{i}_3 &:= \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 1.115 \times 10^4
 \end{aligned}$$

Таблица 1.

Данные расчёта механической характеристики  
 без учёта поверхностного эффекта на основании формулы (1) из MathCada.

$S_1$	0,002	0,011	0,03	0,042	0,05	0,1	0,15
$M_1$	1088	5544	10530	11100	10930	7967	5824
$\omega_2$	104,46	103,52	101,53	100,274	99,36	94,2	88,97
$n, \text{об/мин}$	997,52	988,543	969,54	957,546	948,818	899,544	849,601
$S_1$	0,2	0,25	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
$M_1$	4526	3684	3101	2350	1579	1188	952,117
$\omega_2$	83,74	80,594	73,27	62,8	41,87	40,93	0,0
$n, \text{об/мин}$	799,658	749,62	699,677	599,696	399,829	390,853	0,0

На основании данных таблицы 1 изображён график механической характеристики без учёта поверхностного эффекта (Рис. 1, кривая 1).





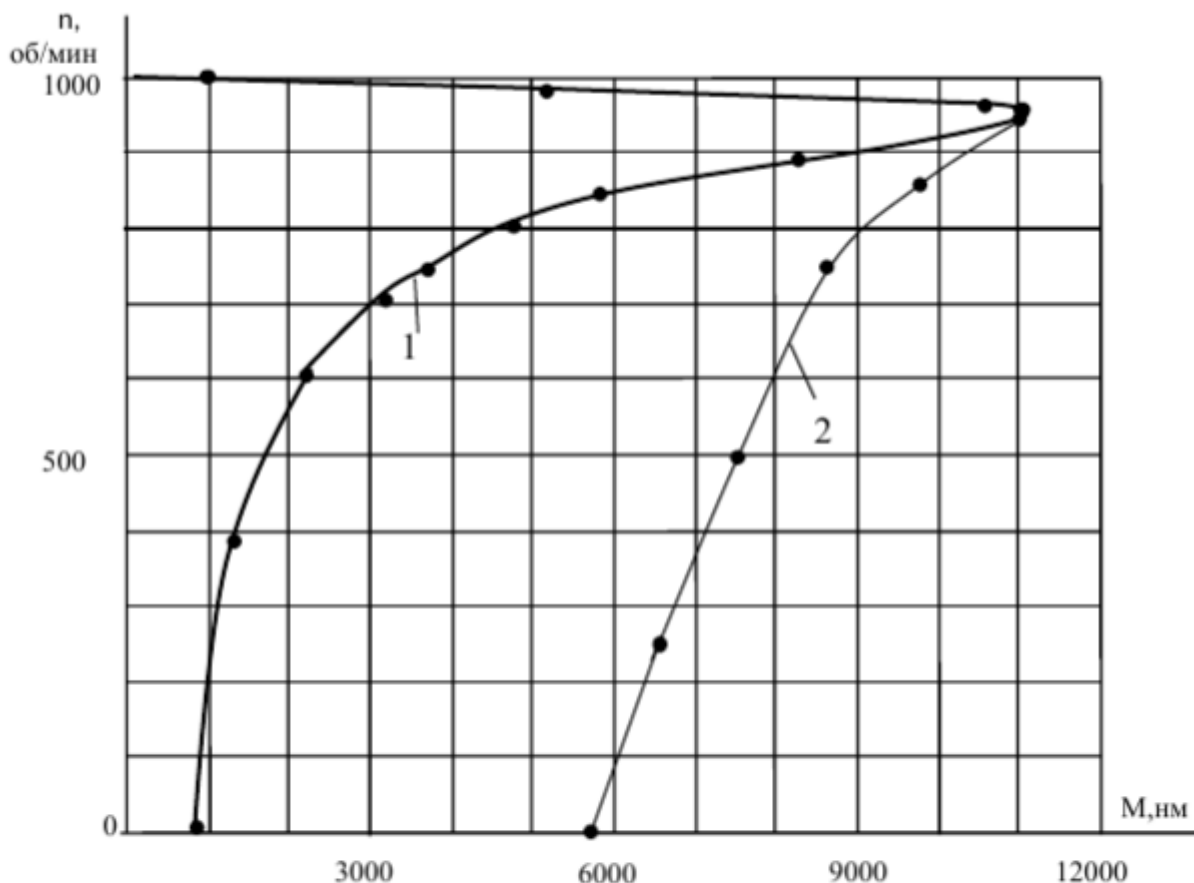


Рис.3. Механические характеристики  
1-без учёта поверхностного эффекта  
2-с учётом поверхностного эффекта

Из

графика видно, что пусковой момент более чем в 5 раз меньше номинального.

Поэтому в MathCade производится расчёт механической характеристики с учётом поверхностного эффекта вытеснения тока. В практике [4] есть методика условно точного расчёта механической характеристики с учётом поверхностного эффекта. При этом вводится коэффициент учитывающий изменение сопротивления обмотки ротора под влиянием вытеснения тока.

$$\zeta = 0,794h\sqrt{S}$$

где:  $h$  – глубина паза ротора,  $S$  – скольжение.

Затем применяются сложные гиперболические функции, данные которых подставляются в расчётную формулу.

В действительности в каталожных данных двигателя нет глубины паза ротора. Поэтому в данной работе учитывается изменение приведённого активного сопротивления ротора в упрощённом варианте подбором  $r'_2$ .

Изменяя  $r'_2$  добиваемся необходимого значения момента, при этом ось моментов делится на равные отрезки при различных скольжениях

$S=1, S=0,75, 0,5, 0,25$ . При этом приближённо считаем, что при частотах от 50 Гц до 12,5 Гц эффект от вытеснения тока и уменьшения сопротивления ротора приближённо по линейному закону.



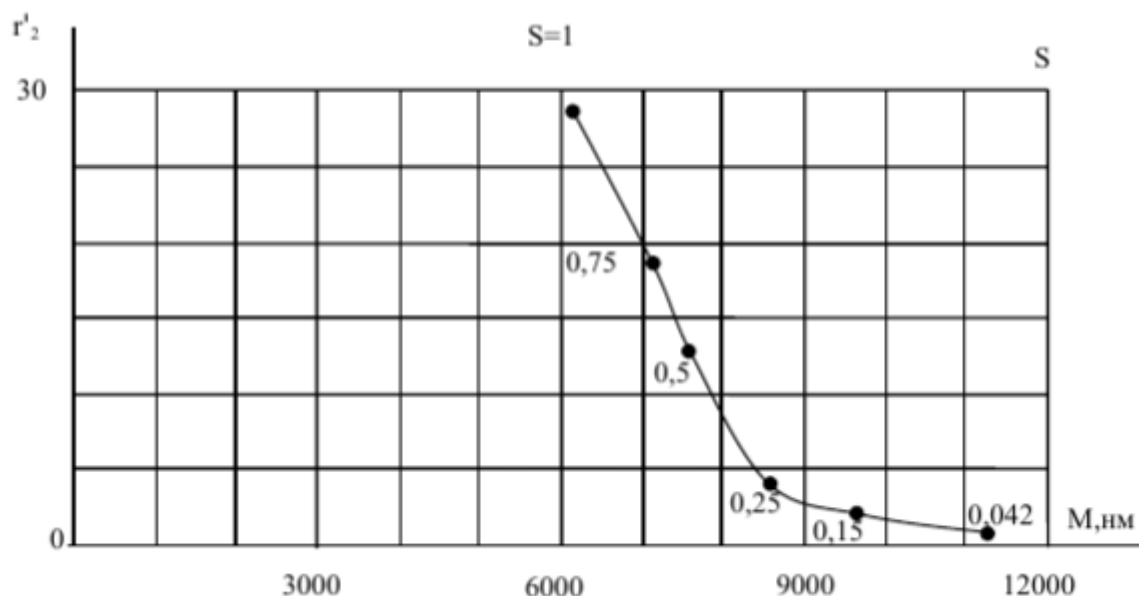


Рис.4. Зависимость  $r'_2$  от момента и скольжения

При  $S$  меньше 0,25, например при  $S = 0,15$  сопротивление ротора существенно уменьшается, что показано на рис.3 и 4.

При  $S=1$  самый большой пусковой момент. Частота в роторе 50 гц. Пусковой момент  $\dot{I}_3 := 5.547 \cdot 10^3$  н.м

Изменяем  $r'_2$  при  $S=1$  чтобы получить момент равный номинальному (выдержка из MathCada, Формулы 2). (Например)

$$S_1 := 1$$

$$r'_2 := 28.9$$

$$(2) X_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1}\right)^2 - (r_1)^2} = 29.764$$

$$\dot{I}_5 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_1 \cdot \left[ \left( r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 5.54 \times 10^3$$

Аналогичные результаты для других скольжений. На графике рис. 3 при данных о моменте  $5,54 \cdot 10^3$  и скольжении  $S=1$  ставится точка. И так далее для отрезков оси моментов (см. в MathCade).

При  $S_1=0,75$  будет  $r'_2=18,5$  при моменте  $M_3=6474$  Нм (Формула 3).

В результате получаем в MathCade данные для действительной механической характеристики с учётом поверхностного эффекта (Рис. 3 кривая 2)

**Вывод:** приведённые формулы в MathCade статьи можно скопировать и вставить в MathCad15, изменив затем исходные данные другого двигателя на основании каталожных данных для автоматического расчёта.



*Список литературы:*

1. Усольцев А. А. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по справочным данным. 2012.
2. А. А. Усольцев, Д. В. Лукичев. Определение параметров модели асинхронного двигателя по справочным данным. 2014.
3. Мощинский Ю.А., Беспалов В.Я., Кирякин А.А. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины по каталожным данным. 2010.
4. Вольдек А. И., Попов В. В. Электрические машины. Машины переменного тока: учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2010. – 350 с.: ил.
5. Новиковский Е.А. Учебное пособие «Работа в системе MathCAD»  
Е. А. Новиковский.- Барнаул: Типография АлтГТУ, 2013. -114 стр.
6. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Основы работы в математическом пакете MathCAD. Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет». 2012.
7. Осипов В. С., Данилушкин А. И. Механические характеристики электродвигателей. (Учебное пособие СамГТУ. 2020г)

