

**Пискарёва Татьяна Ивановна**,  
кандидат технических наук,  
Оренбургский государственный университет,  
г. Оренбург

**Прядкин Максим Алексеевич**, студент,  
Оренбургский государственный университет,  
г. Оренбург

## НЕОБХОДИМОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВИБРОЗАЩИТЫ В КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ С ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТОЙ

**Аннотация:** Виброзащита направлена на снижение негативного воздействия вибраций на оборудование. Эффективная виброзащита позволяет не только продлить срок службы машин, но и сделать их работу более эффективной. В данной статье мы рассмотрим основной принцип виброзащиты, а также конкретный пример динамического виброгасителя [4].

**Ключевые слова:** Виброзащита, вибрации, динамический гаситель колебаний, коэффициент неупругого сопротивления.

Вибрации – это колебательные реакции динамических систем. Естественные колебания возникают в этих системах из-за наличия двух способов накопления энергии. В частности, когда накопленная энергия преобразуется из одной формы в другую, многократно туда и обратно, результирующий временной отклик системы носит колебательный характер. В механической системе могут возникать естественные колебания, поскольку кинетическая энергия, которая проявляется в виде скоростей элементов массы (инерции), может быть преобразована в потенциальную энергию, которая имеет два основных типа: упругую потенциальную энергию, обусловленную деформацией пружинистых элементов; гравитационную потенциальную энергию, обусловленную подъемом элементов массы против гравитационного притяжения Земли.

Одномассовые конструкции, например, массивные фундаменты машин, корпуса транспортных средств: автомобилей, вагонов, судов и т.п. обладают шестью степенями свободы (рис. 1) и имеют поступательные колебания вдоль координатных осей: OZ (вертикальные колебания), OX (горизонтально-продольные колебания), OY (горизонтально-поперечные колебания); поворотные колебания относительно осей: OZ (колебания «рыскания»), OX (колебания «боковой качки»), OY (колебания «галопирования»). В общем случае эти колебания взаимозависимы и описываются шестью взаимосвязанными дифференциальными уравнениями. В частном случае, когда центр масс тела и центр жесткости опорных конструкций находятся на одной вертикальной оси, система из шести дифференциальных уравнений сводится к системе из трех взаимонезависимых дифференциальных уравнений, описывающих вертикальные (по оси OZ) и горизонтально-вращательные (в плоскостях ZOY и ZOX) колебания.



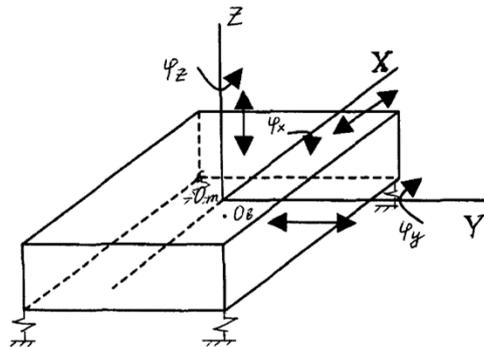


Рисунок 1 – Пространственные колебания жесткого тела:  
 $O_m$  – центр масс;  $O_B$  – центр жесткости виброизоляторов.

Рассмотрим колебательную систему с одной степенью свободы в виде массы  $m$  (рис. 2,а), связанной с неподвижным основанием невесомой линейной пружины с коэффициентом жесткости  $C$  (отношение силы, прилагаемой к телу, к упругому перемещению, вызываемому этой силой) и элементом, учитывающим рассеивание энергии колебаний в виде вязкого трения с коэффициентом неупругого сопротивления  $b$  (величина неупругого сопротивления, действующего на тело, перемещающееся со скоростью  $1$  м/с).

В линейной постановке задачи коэффициенты  $C$  и  $b$  принимаются постоянными.

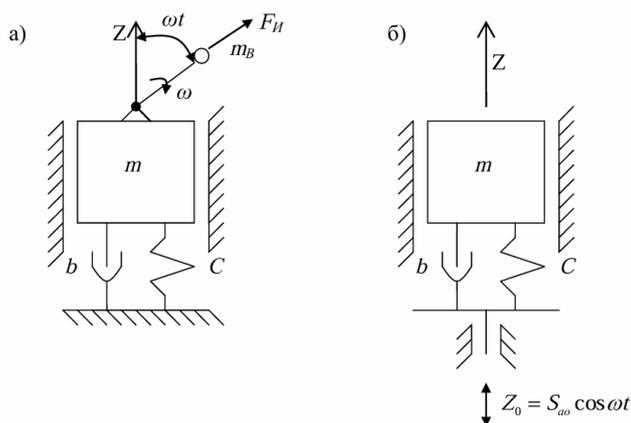


Рисунок 2 – Динамическая модель одномассовой системы при силовом (а) и кинематическом (б) возбуждении вибрации.

На массу  $m$  действует сила инерции неуравновешенной массы  $m_B$

$$F_u = m_B e \omega^2 \cos \omega t, \quad (1)$$

где  $m_B$  – масса ротора машины, кг;

$e$  – удельный дисбаланс ротора, численно равный расстоянию центра масс ротора от оси его вращения, м;

$\omega$  – угловая скорость вращения ротора, рад/с.

На массу  $m$  при ее смещении из положения равновесия на величину  $Z$  действуют следующие силы:

$m\ddot{Z}$  – сила инерции массы  $m$ ;

$b\dot{Z}$  – сила неупругого сопротивления;

$CZ$  – сила упругого сопротивления. Из равновесия системы с учетом принципа Даламбера получим дифференциальное уравнение, описывающее колебания массы:



$$m\ddot{Z} + b\dot{Z} + CZ = m_b e \omega^2 \cos \omega t \quad (2)$$

Способы гашения колебаний крайне разнообразны. Суть их это добавление дополнительной массы [3]. По форме же гасители могут быть крайне разнообразны, подстраиваясь под каждую появляющуюся потребность, например динамический гаситель колебаний [1] или динамический гаситель колебаний сооружений [2].

Метод динамического гашения колебаний состоит в том, что к защищаемому от вибраций объекту присоединяют дополнительную колебательную систему, параметры которой подбирают таким образом, чтобы колебания защищаемого объекта существенно уменьшились.

Пример простейшего динамического гасителя вертикальных колебаний приведен на рисунке 3. Два груза закреплены на упругом стержне, середина которого прикреплена к вибрирующему телу. Настройка частоты собственных колебаний гасителя производится передвижением грузов вдоль стержня.

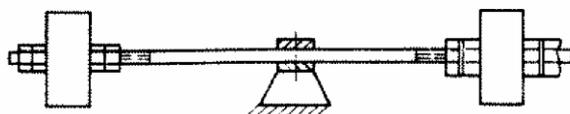


Рисунок 3 Динамический гаситель вертикальных колебаний

Предположим, что опорное основание гасителя совершает колебания по закону

$$\xi = \xi_0 \sin \Omega t \quad (3)$$

Дифференциальные уравнения колебаний системы с гасителем имеют следующий вид:

$$M_1 \ddot{z}_1 + K_1(z_1 - \xi) + b_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_2(z_1 - z_2) = 0 \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + k_2(z_2 - z_1) + b_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = 0,$$

где  $M_1, K_1$  – масса и жесткость основной системы;

$z_1, z_2$  – абсолютные перемещения масс  $M_1$  и  $m_2$ ;

$m_2, k_2$  – масса и жесткость дополнительной системы;

$b_2$  – коэффициент затухания гасителя.

Решая системы (4) при  $b_2 = 0$  в виде

$$z_1 = A_1 \sin \Omega t; z_2 = A_2 \sin \Omega t,$$

получим

$$\frac{A_1}{\xi_0} = \frac{1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2}}{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2}\right) \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_1^2}\right) - \frac{m_2 \Omega^2}{M_1 \omega_2^2}}, \quad (5)$$

$$\frac{A_2}{\xi_0} = \frac{1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2}}{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2}\right) \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_1^2}\right) - \frac{m_2 \Omega^2}{M_1 \omega_2^2}}$$

где  $\omega_1 = \sqrt{\frac{K_1}{M_1}}; \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ .

Из уравнения (5) видно, что амплитуда  $A_2$  главной массы равна нулю, когда частота возбуждения равна собственной частоте динамического гасителя колебаний, т. е.  $\Omega = \omega_2$ . Систему с гасителем целесообразно эксплуатировать при  $\Omega \approx \omega_1$ . При этом соотношении

$$\frac{A_2}{\xi_0} = -\frac{M_1}{m_2},$$

т. е. амплитуда колебаний динамического гасителя равна амплитуде кинематического



возбуждения, умноженной на отношение  $(-\frac{M_1}{m_2})$ . На рисунке 4 приведены амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой системы, построенные при  $\omega_1 = \omega_2$  и  $\frac{m_2}{M_1} = 0,5$ . Пунктирной линией дана резонансная кривая исходной недемпфированной системы. Графики показывают, что  $\frac{A_1}{\xi_0}$  меньше, чем в исходной системе в интервале частот 0,78 ... 1,28. Выше и ниже этих отношений частот амплитуда главной массы системы с динамическим гасителем колебаний больше, чем в исходной системе.

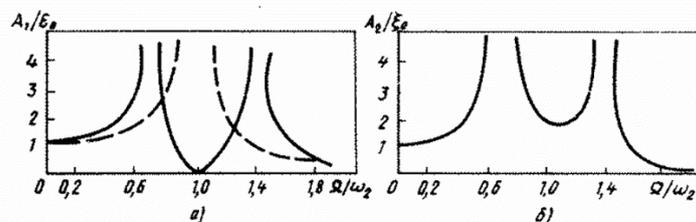


Рисунок 5 – Амплитудно-частотные характеристики системы с динамическим гасителем:  
 а) амплитуда главной массы, б) амплитуда динамического гасителя

Выражение для собственных частот получим при условии, если приравнять нулю знаменатель в выражении (5) и разрешить полученное уравнение относительно  $\Omega$ . Обозначив собственные частоты через  $\omega_j (j = 1,2)$  запишем

$$\omega_j^2 = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - b^2},$$

$$\text{где } \alpha = \frac{1}{2} \left[ \omega_1^2 + \omega_2^2 \left( 1 + \frac{m_2}{M_1} \right) \right]; \quad b = \omega_1^2 \omega_2^2.$$

Практическая область применения простейшего динамического гасителя – подавление колебаний постоянной частоты, возникающих, например, при работе синхронных электродвигателей, генераторов переменного тока. Частоту возмущения можно представить в виде  $\Omega = \lambda + \Delta\lambda$ , где  $\Delta\lambda$  – возможное отклонение числа  $\Omega$  от номинального значения. В этом случае отношение  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  будет характеризовать неравномерность хода машины. Для механизмов, у которых неравномерность хода достигает 0,1, применение гасителей без демпфирования невозможно. Большой равномерностью хода обладают многоцилиндровые дизели с маховиками. У них неравномерность хода составляет 0,01 ... 0,02.

Основным недостатком динамического гасителя без затухания является повышенная опасность возникновения резонансов на собственных частотах системы. Если в конструкцию гасителя ввести затухание, то указанные резонансные режимы могут стать неопасными.

Если параллельно пружине с жесткостью  $k_2$ , ввести демпфер, имеющий затухание  $b_2$ , то амплитуды масс  $M_1$  и  $m_2$  будут

$$\frac{A_1}{\xi_0} = \sqrt{\frac{\frac{\Omega^2}{D_2^2 \omega_2^2} + \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2} \right)^2}{\left[ \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2} \right) \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_1^2} \right) - \frac{m_2 \Omega^2}{M_1 \omega_2^2} \right]^2 + \frac{\Omega^2}{D_2^2 m_2} \left[ 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_1^2} \left( 1 + \frac{m_2}{M_1} \right) \right]^2}};$$

$$\frac{A_2}{\xi_0} = \frac{A_1}{\xi_0} \sqrt{\frac{\frac{\Omega^2}{D_2^2 \omega_2^2} + 1}{\left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2} \right)^2 + \frac{\Omega^2}{D_2^2 \omega_2^2}}},$$



где  $D_2 = \frac{m_2 \omega_2^2}{b_2}$ .

Наименьшее возможное значение  $A_1$  получается при

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{M_1}}.$$

При такой настройке поглотителя амплитуда главной в резонансе массы

$$\frac{A_1}{\xi_0} = \sqrt{1 + 2 \frac{M_1}{m_2}}.$$

Оптимальное значение коэффициента демпфирования определяется приближенно из следующего выражения:

$$D_2 = \frac{m_2 \omega_2^2}{b_2} = \left(1 + \frac{M_1}{m_2}\right) \sqrt{0,666 \frac{m_2}{M_1}}.$$

Введение затухания оптимальной величины в систему гасителя позволяет существенно уменьшить резонансную амплитуду колебаний основной массы. Практическое сохранение оптимальной настройки гасителя вызывает затруднение, поскольку параметры гасителя будут зависеть от внешних факторов (температуры, влажности, загрузки).

*Список литературы:*

1. Динамический гаситель колебаний – SU 1649169 ИНСТИТУТ ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ АН УССР
2. Динамический гаситель колебаний сооружений – SU 1418435 ИНСТИТУТ ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ АН УССР
3. Динамические свойства линейных виброзащитных систем Синев А.В., Сафронов Ю.Г., Соловьев В.С.; М.: Наука, 1982. – 205 с.
4. Защита от вибраций в машиностроении Ивович В.А., Онищенко В.Я. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.

