DOI 10.37539/2949-1991.2025.24.1.014
УДК 629.056.6+629.7+631.3

Щипицын Анатолий Георгиевич,
доктор технических наук, профессор,
профессор-консультант на общественных началах
Южно-Уральский государственный университет (НИУ),
г. Челябинск

ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ ИМИТАЦИОННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСШИРЕННОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация: Показано, что динамические уравнения подвижного объекта позволяют расширить функциональные возможности автономной бесплатформенной инерциальной навигационной системы до решения ею задачи определения массо-геометрических характеристик объекта для повышения качества управления этим объектом, в результате разработан имитационный алгоритм с возможностью использования его в бортовом компьютере.

Ключевые слова: объект, динамические уравнения, переменные навигационной информации, бесплатформенная инерциальная навигационная система, массо-геометрические характеристики, имитационный алгоритм.

Введение

Указанный в заголовке термин «имитационная модель» следует понимать как совокупность математического описания, алгоритма и программы, наиболее адекватно отражающую реальный тот или иной процесс функционирования исследуемой системы. В данном контексте исследуемая система – это бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) для объекта заданного класса. Результат разработки имитационной модели БИНС – это алгоритм, на основе которого разработанная программа для бортового компьютера (БК) объекта будет обеспечивать достоверную информацию, используемую далее в системе управления объектом.

Требует пояснения и указанный в заголовке термин «расширенное функционирование БИНС». Известно [1], что основное назначение БИНС: на основе сигналов инерциальных датчиков (инерциальной информации), характеристик местности (априорной информации о вращении Земли, её гравитационном поле) и начальных условиях для переменных навигационной информации -это определять эти переменные (об угловом и поступательном движениях объекта) в каждый текущий момент времени его движения. А расширенное функционирование БИНС – это совокупность алгоритма, реализующего основное назначение БИНС и алгоритма определения массо-геометрических характеристик (МГХ) объекта, достигаемое некоторой дозагрузкой БК.

Далее будет показано, что при использовании генерируемых БИНС переменных навигационной информации и заданных моментно-силовых характеристик (МСХ) объекта можно определить его МГХ, причём управляющие МСХ объекта в общем случае зависят от его МГХ, что влияет на качество управления движением объекта [2, 3] и для сохранения качества управления необходимо итерационно корректировать МСХ на основе определяемых МГХ по информации автономной БИНС. Особенно это влияние будет проявляться для объектов, которые в некоторые моменты времени движения сбрасывают со своего борта грузы, по массам соизмеримые с массой объекта. К таким объектам относятся, в частности, беспилотные летательные аппараты (БПЛА).

1. Постановка общей задачи

Рассматривается объект, произвольно движущийся относительно Земли с заданным её вращением относительно инерциальной системы отсчёта и заданным её гравитационным полем. Для управления объектом используется БИНС со структурой, позволяющей определять все необходимые переменные навигационной информации.

Обоснование выбора БИНС начинается с выполнения математического описания движения объекта, то есть с составления системы динамических уравнений объекта, у которого заданы МСХ, МГХ, а также необходимые кинематико-геомерические характеристики (КГХ) – начальные условия для переменных, являющихся решениями системы динамических уравнений. На основе этих решений формируются имитации сигналов инерциальных датчиков БИНС согласно её структуры.

Общая задача заключается в выполнении математического описания для определения МГХ объекта и составлении соответствующего имитационного алгоритма для контроля правильности реального алгоритма определения МГХ.

2. О решении общей задачи

Для решения этой задачи выполняется математическое описание навигации объекта, то есть составления системы уравнений относительно переменных поступательного и углового движений объекта – это уравнения основного функционирования БИНС. Подавая на вход этой системы уравнений имитации сигналов инерциальных датчиков и находя решения этой системы, сравниваем эти решения с соответствующими решениями системы динамических уравнений. Очевидно, что те и другие решения должны совпадать с точностью до заданных допустимых вычислительных погрешностей, например, вычислением назначенного критерия точности с последующим сравнением этого критерия с допустимым. И если указанное совпадение имеет место, то имитационный алгоритм основного функционирования БИНС можно полагать правильным с возможностью на его основе разрабатывать программу для БК. Подчеркнём, что собственно имитационный алгоритм – это последовательность вычислительных операций от входа имитационных сигналов инерциальных датчиков в систему уравнений функционирования до выхода результатов вычислений переменных навигационной информации.

Очевидно, что условия существования решений задачи определения МГХ объекта заключаются в необходимости ускоренных углового и поступательного движений этого объекта. Выполняется математическое описание для решения задачи определения МГХ объекта по информации на выходе БИНС. Это математическое описание выполняется на основе динамических уравнений объекта путём составления системы уравнений относительно МГХ объекта, которые в общем случае являются переменными во времени. Затруднения в решении этой системы уравнений заключаются в следующем. Во-первых, уравнений в системе шесть, а количество МГХ объекта, в общем случае, равно десяти: масса, три осевых, три центробежных момента инерции и три координаты центра масс (ЦМ) объекта относительно заданной его точки. Во-вторых, в уравнения относительно МГХ входят произведения массы на координаты ЦМ и эти произведения являются дополнительными неизвестными. Первое затруднение может быть устранено, если найдена связанная с объектом система координат, оси которой являются главными и центральными. Второе затруднение может быть устранено путём использования одного и того же динамического уравнения на разных интервалах времени, входящих в общий заданный интервал времени движения объекта. Однако, следует заметить, что реализация этих способов устранений указанных затруднений либо требует дополнительных математических описаний, которые приведут к дополнительным вычислительным операциям, что может сказаться на точности вычислений, либо приходится ограничивать класс объектов, для которых определяются МГХ.

Тем не менее, если найдены решения системы уравнений относительно МГХ объекта, далее следует сравнить эти решения с соответствующими МГХ, заданными в условии задачи. Очевидно, что при указанном сравнении должно иметь место совпадение с точностью до заданных допустимых вычислительных погрешностей, например, назначением критерия точности с последующим сравнением этого критерия с допустимым. И если такое совпадение имеет место, то имитационный алгоритм определения МГХ является правильным. А собственно имитационный алгоритм определения МГХ объекта по информации БИНС – это последовательность вычислительных операций от входа переменных навигационной информации (с выхода основного алгоритма функционирования БИНС) в процедуру решения системы уравнений относительно МГХ до выхода результатов решения этой системы уравнений.

Совокупность основного имитационного алгоритма функционирования БИНС и имитационного алгоритма определения МГХ объекта – это имитационный алгоритм расширенного функционирования БИНС.

Исключительно с целью конкретизации подхода далее рассматривается частная задача: выполнено математическое описание, составлены алгоритмы и разработана программа, а также указаны имитационные алгоритмы.

3. Постановка частной задачи

Рассмотрим объект, движущийся относительно земной системы координат $O_zZ_1Z_2Z_3$ (сокращённо: СКZ), принимаемой за инерциальную (то есть вращением Земли пренебрегаем), в плоском гравитационном воле, характеризуемом постоянным во времени модулем g вектора гравитационного ускорения, направленного вертикально вниз. Ось Z_1 направлена вертикально вверх, две другие оси СКZ – горизонтальные и составляют с осью Z_1 правую тройку. С объектом связана система координат $O_YY_1Y_2Y_3$ (СКY), ось Y_1 – продольная, совпадающая с положительным направлением вектора скорости точки O_Y – полюса объекта, две другие оси – боковые, составляют с осью Y_1 правую тройку и образуют плоскость, расположенную в плоскости $O_zZ_1Z_2$. При этом очевидно, что ось O_YY_3 параллельна оси O_zZ_3 в течение всего интервала времени движения объекта. Полюс OY объекта не совпадает с его ЦМ – точкой C, а расположен на расстоянии r0 от точки OY в отрицательном направлении оси OYY1.

Введём обозначения для кинематико-геометрических характеристик (КГХ) объекта: ψ – угол разворота объекта (тангажа) в плоскости $O_zZ_1Z_2$; r_1, r_2 – координаты полюса объекта – проекции радиуса-вектора **r** в СКZ; ω, v_1, v_2 – производные повремени от ψ, r_1, r_2; $\dot{\omega}$, $\dot{v}_1$, $\dot{v}_2$ – производные по времени от ω, v_1, v_2.

Введём обозначения для МГХ объекта: m – масса, r_0 – указанная выше координата ЦМ, θ – момент инерции относительно оси O_YY_1.

Введём обозначения для МСХ объекта: F – сила тяги, приложенная в полюсе O_Y и направленная в положительном направлении оси O_YY_1; M_3 – управляющий момент, действующий относительно оси O_YY_3, определяемый выражением вида

$$M_3 = -k_0\, m\, g r_0 \sin\psi + M_0, \tag{1}$$

где k_0 – коэффициент, задающий режим управления углом ψ, M_0 – постоянный во времени момент.

На объекте установлена БИНС, включающая в себя: 1) инерциальные датчики – два акселерометра, установленные по осям Y_1, Y_2 и датчик угловой скорости, установленный по оси Y_3; 2) БК, ко входу которого подключены инерциальные датчики, в память которого загружена априорная информация о начальных положении (начальные координаты объекта в СКZ), движении (начальных проекциях вектора скорости объекта в СКZ), ориентации (начальный угол тангажа объекта), о модуле вектора гравитационного ускорения и об МГХ объекта.

Задача заключается в выполнении математического описания и составлении алгоритма расширенного функционирования БИНС, а также в указании имитационных алгоритмов для их загрузки в БК при разработке БИНС.

4. Решение частной задачи

Используя теорему об изменении главного момента количеств движения объекта относительно оси O_YY_3 и теорему об изменении главного вектора количеств движения объекта [4] в проекциях на оси O_zZ_1, OZ_2 с учётом выражения (1), получаем:

$$\theta\dot{\omega} = (1-k_0)mgr_0 \sin\psi + M_0, \tag{2}$$

$$m\dot{v}_1 = F\cos\psi - mg, \tag{3}$$

$$m\dot{v}_2 = F\sin\psi. \tag{4}$$

К системе динамических уравнений (2) – (4) следует присоединить систему кинематических уравнений:

$$\dot{\Psi} = \omega, \tag{5}$$

$$\dot{r}_i = v_i,\ i = 1, 2 \tag{6}$$

и следует задать начальные условия, то есть значения переменных ψ, ω, v_i, r_i, i=1, 2 в начальный момент времени $t = \tau$:

$$\psi(\tau) = \psi_0,\ \omega(\tau) = \omega_0, \tag{7}$$

$$v_i(\tau) = v_i^0,\ r_i(\tau) = r_i^0,\ i = 1, 2. \tag{8}$$

Для получения численного решения систем уравнений (2) – (6) на интервале времени [τ;T] методом Эйлера с заданной точностью необходимо определить допустимый шаг решения по времени Δt, с которым в дальнейшем следует численного решать уравнения навигации и уравнения для определения МГХ объекта. Опуская подробности процедуры определения допустимого шага Δt, заметим, что такой шаг был определён путём: 1) назначения наибольшего реального шага, 2) получения решений с этим шагом и далее 3) следует итерационная процедура сравнения предыдущих решений с последующими и уменьшением шага при различии модулей разностей этих решений больше заданных допустимых величин, и 4) фиксации шага в качестве допустимого, когда указанные модули разностей удовлетворяют заданным допустимым значениям. Для формирования критерия точности понадобятся наибольшие по модулям значения переменных – решений динамических уравнений. Процедура определения наибольших значений переменных должна быть реализована после интегрирования системы динамических уравнений.

После интегрирования системы (2) – (6) при начальных условиях (7), получим решения:

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}(t),\ \dot{v}_i = \dot{v}_i(t),\ i = 1, 2; \tag{9}$$

$$\omega = \omega(t),\ v_i = v_i(t),\ i=1,2; \tag{10}$$

$$\psi = \psi(t),\ r_i = r_i(t),\ i=1,2. \tag{11}$$

На основе этих решений сформируем имитационные сигналы инерциальных датчиков БИНС. Имитационные сигналы датчика угловой скорости – это решение $\omega = \omega(t)$ из (10), а имитационные сигналы акселерометров – это проекции A_j вектора **A** кажущегося ускорения точки O_Y объекта, определяемые выражениями:

$$A_j = \sum_{i=1}^{2} (C_{ij}\dot{v}_i - g_i),\ j = 1, 2, \tag{12}$$

где $\dot{v}_I$ – решения динамических уравнений объекта, то есть проекции вектора $\dot{\mathbf{v}}$ ускорения точки O_Y объекта СКZ, g_i – проекции вектора **g** в СКZ, C_{ij} – направляющие косинусы от СКZ к СКY, то есть скалярные произведения ортов этих СК:

$$C_{ij} = \mathbf{Z_i Y_j},\ i,j = 1,2. \tag{13}$$

Дифференцируя (13) по времени, получаем систему дифференциальных уравнений Пуассона [5] относительно C_{ij}:

$$dC_{ij}/dt = \omega\sum_{k=1}^{2} \epsilon_{k3j}C_{ik},\ i,\ j = 1,2, \qquad (14)$$

где использован символ Леви-Чивиты ϵ_{knj} [6] при n = 3, то есть для рассматриваемого частного случая, когда вектор **ω** угловой скорости объекта направлен по оси O_YY_3, параллельной оси O_ZZ_3. Интегрируя систему (14) при начальных условиях:

$$C_{11}^0 = C_{22}^0 = \cos\psi_0,\ C_{12}^0 = -C_{21}^0 = \sin\psi_0, \qquad (15)$$

получаем имитацию информации с выхода БИНС об ориентации объекта $C_{ij} = C_{ij}$ (t), использовав которую и имитации сигналов акселерометров (12), составляем систему уравнений относительно проекций $\dot{V}_i$, $\dot{R}_i$ векторов $\dot{\mathbf{V}}$, $\dot{\mathbf{R}}$ в СКZ:

$$\dot{V}_i = \sum_{j=1}^{2} C_{ij}A_j + g_i,\ i = 1,\ 2; \qquad (16)$$

$$\dot{R}_i = V_i,\ i = 1,\ 2. \qquad (17)$$

которую следует интегрировать при начальных условиях: V_i (τ) $= v_i^0$, R_i (τ) $= r_i^0$, i = 1,2. Интегрируя систему (16), (17), получаем имитацию информации с выхода БИНС о поступательном движении объекта. Получив решения системы уравнений (14), находим угловую скорость объекта, например, по формуле

$$\Omega = \dot{C}_{11}/C_{21} \qquad (18)$$

и угол тангажа объекта, например, по формуле

$$\Phi = \arccos C_{11}. \qquad (19)$$

Слово «например» означает, что переменные Ω и Φ могут быть определены и другими формулами (в частности, для проверки) на основе уравнений (14) и выражений для направляющих косинусов через угол Φ (это будут ещё по три зависимости для Ω и Φ). Следует отметить, что переменные Ω и Φ также являются выходом основного алгоритма БИНС и они нужны для решения уравнений относительно МГХ, которые будут составлены ниже. Очевидно, что решения (9) – (11) динамических уравнений объекта должны совпадать с соответствующими решениями (16) – (19) навигационных уравнений с точностью до заданных допустимых вычислительных погрешностей. Для контроля правильности определения навигационных переменных введём критерий

$$D_0 = \frac{1}{T-\tau}\int_{\tau}^{T} D\,(t)dt,\ D\,(t) = k_\omega D_\omega + k_\psi D_\psi + \sum_{i=1}^{2}\,(k_i^v D_i^v + k_i^r D_i^r), \qquad (20)$$

где величины k с индексами – это весовые коэффициенты и в случае равных весов величина каждого из них равна 1/6, а выражение для D (t) представляет собой средневзвешенную сумму относительных погрешностей переменных углового и поступательного движений объекта, являющихся функциями времени:

$$D_\omega = |\Omega-\omega|/\omega_b,\ D_\psi = |\Phi-\psi|/\psi_b,\ D_i^v = |V_i - v_{i.}|/v_i^b,\ D_i^r = |R_i - r_i|/r_i^b,\ i = 1,\ 2, \qquad (21)$$

где числитель каждой дроби – это модуль разности переменной с выхода БИНС и соответствующей переменной – решения системы динамических уравнений, а знаменатель – наибольшее по модулю значение этой переменной, которое должно быть определено после интегрирования системы (2) – (6). Введённый критерий D_0 из (20) – это величина усреднённой на интервале времени [τ;T] средневзвешенной относительной вычислительной погрешности определения переменных навигационной информации. Если D_0 не превышает заданную допустимую величину D^*, то имитационный алгоритм основного функционирования БИНС правильный и может быть программно реализован в БК.

Основной акцент в поставленной частной задаче сделан на возможности определения МГХ объекта по информации с выхода основного алгоритма БИНС. Для этого динамические уравнения (2) – (4) представим в эквивалентной форме:

$$(\dot{\Omega})X_1 + [(k_0-1)g\sin\Phi]X_2 = M_0, \qquad (22)$$

$$(\dot{V}_1+g)X_3 = F\cos\Phi, \qquad (23)$$

$$(\dot{V}_2)X_3^* = F\sin\Phi, \tag{24}$$

где введены обозначения для МГХ объекта: момента инерции Q, произведения массы M на координату ЦМ R_0,

$$X_1 = Q,\ X_2 = MR_0,\ X_3 = M,\ X_3^* = M^*, \tag{25}$$

которые здесь выступают в качестве неизвестных постоянных величин и которые необходимо определить на основе выходной информации БИНС – переменных Ω, Φ, $\dot{V}_1$, $\dot{V}_2$. Из рассмотрения системы (22) – (24), являющейся системой линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных (25), следует, что условиями существования решений являются ускоренные угловое и поступательное движения объекта на заданном интервале времени [τ;T]. Из этой же системы видно, что решение уравнения (24) дублирует решение уравнения (23) и может быть использовано лишь для контроля правильности определения величины M. А вот одно уравнение (22) содержит де неизвестных X_1, X_2, а значит, здесь имеет место указанное в общей задаче затруднение в определении МГХ. Для его устранения составим из уравнения (22) два уравнения, для каждого из которых решения будем находить на разных интервалах времени, являющихся вложенными в общий интервал времени, то есть задаются такие t_1 и t_2, которые удовлетворяют условиям:

$$t \in [\tau;\ t_1],\ t \in [\tau;\ t_2],\ \tau < t_1 < t_2 < T. \tag{26}$$

Кроме этого, следует заметить, в уравнении (22) коэффициент при X_1 – это $\dot{\Omega}$, а БИНС выдаёт переменную Ω датчиком угловой скорости, а поэтому при численном решении задачи следует использовать разность двух, отстоящих друг от друга на шаг по времени значений переменной Ω (t_k), то есть использовать приращения вида:

$$\Delta\Omega_k = \Omega\,(t_k+\Delta t) - \Omega\,(t_k),\ k = 1,\ 2, \tag{27}$$

и вместо одного уравнения (22) использовать систему двух уравнений относительно X_1, X_2:

$$(\Delta\Omega_1)X_1 + [(k_0-1)g\Delta t\sin\Phi_1]X_2 = M_0\Delta t, \tag{28}$$

$$(\Delta\Omega_2)X_1 + [(k_0-1)g\Delta t\sin\Phi_2]X_2 = M_0\Delta t, \tag{29}$$

где Φ_1, Φ_2 – значения переменной Φ соответственно при $t=t_1$, $t=t_2$. Введём обозначения:

$$a_{k1} = \Delta\Omega_k,\ a_{k2} = (k_0-1)g\Delta t\sin\Phi_2,\ b_k = M_0\Delta t,\ k = 1,\ 2 \tag{30}$$

и перепишем систему (28), (29) в виде:

$$a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 = b_k,\ k = 1,\ 2. \tag{31}$$

Проверив определитель системы (31)

$$D_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \tag{32}$$

на отличие его от нуля и решив эту систему, найдём $X_1 = Q$ – момент инерции и $X_2 = MR$. Из уравнения (23) находим

$$X_3 = M = (F\cos\Phi)/\ (\dot{V}_1+g), \tag{33}$$

причём Φ, $\dot{V}_1$ могут быть определены для любого момента времени из заданного интервала [τ; T], а решение уравнения (24) $X_3^* = M^*$ можно использовать для контроля правильности определения массы, значение которой должно совпадать со значением M – решением уравнения (23). Определив X_2, X_3, определяем параметр R_0 согласно обозначения для X_2 из (25) по формуле

$$R_0 = X_2/X_3. \tag{34}$$

Остаётся указать процедуру контроля правильности определения МГХ объекта. Очевидно, что найденные параметры Q, M, R_0 должны совпадать соответственно с параметрами θ, m, r_0, заданными в постановке задачи динамики объекта с точностью до допустимых вычислительных погрешностей. Введём критерий точности, как средневзвешенную относительную погрешность определения указанных параметров

$$D_0^x = \sum_{i=1}^{3} k_i^x\, D_i^x, \tag{35}$$

где величины k с индексами – это весовые коэффициенты и в случае равных весов величина каждого из них равна 1/3 и введены относительные погрешности для каждого параметра:

$$D_1^x = |Q-q|/q,\ D_2^x = |R_0-r_0|/r_0,\ D_3^x = |M-m|/m. \quad (36)$$

Если D_0^x не превышает заданную допустимую величину D^*, то имитационный алгоритм определения МГХ объекта по информации на выходе БИНС правильный и может быть программно реализован в БК.

5. Последовательность обработки информации в частной задаче

0.Задать: критерий точности D^* и весовые коэффициенты; параметры времени τ, T, Δt; КГХ объекта: $\psi(\tau) = \psi_0$, $\omega(\tau) = \omega_0$, $v_i(\tau) = v_i^0$, $r_i(\tau) = r_i^0$, i =1, 2; МГХ объекта: q, r_0, m; МСХ объекта: k_0, F, M_0, g.

1.Решить динамические уравнения (2) – (4): определить функции $\dot{\omega} = \dot{\omega}(t)$, $\dot{v}_i = \dot{v}_i(t)$, $\omega = \omega(t)$, $v_i = v_i(t)$, $\psi = \psi(t)$, $r_i = r_i(t)$, i=1, 2 и допустимый шаг численного решения Δt для навигационных уравнений и для уравнений определения МГХ, а также определить наибольшие значения ω_b, ψ_b, v_i^b, r_i^b, i = 1, 2.

2.Использовав решения предыдущего пункта, сформировать имитационные сигналы датчиков (12), решить навигационные уравнения (14), (16), (17) и определить функции (18), (19), а также выполнить проверку правильности имитационного алгоритма основного функционирования БИНС использованием зависимостей (20), (21).

3.Использовав решения предыдущего пункта и зависимости (30), решить систему (31) относительно $X_1 = Q$ – момента инерции и параметра$X_2 = MR$; определить параметр$X_3=M$ – массу – по формуле (33) и параметр R_0 -координату ЦМ – по формуле (34); выполнить проверку правильности имитационного алгоритма определения МГХ использованием зависимостей (35), (36).

6. О программе

На основе выполненного математического описания решения частной задачи составлен развёрнутый алгоритм и разработана программа численного моделирования, при использовании которой подтверждена возможность работы БИНС с заданной точностью в режиме расширенного функционирования, а именно, в реализации двух имитационных алгоритмов с использованием решений динамических уравнений объекта: 1) по определению переменных углового и поступательного движений объекта; 2) по определению МГХ объекта. Для примера работы программы задана исходная числовая информация:

$D^*=10^{-5}$, T=100 с, определён $\Delta t=10^{-6}$ с, $\tau = 10^{-6}$с; $\psi_0 = 10^{-3}$рад, $\omega_0=10^{-5}с^{-1}$, v_i^0=1м/с, r_i^0=10м, i = 1, 2; q=300*кг**м^2, r_0=0,1м, m=100*кг*; k_0=1,01, F=10^3н, M_0=0,3н*м, g=9,81м/с^2.

Текст исходного модуля программы занимает 27 кб, а её выполнение на стационарном компьютере с частотой 2,9 ГГц и 64-х разрядной сеткой для модерируемого времени T=100 с шагом $\Delta t=10^{-6}$ с занимает 25 с.

Заключение

1. Сформулирована общая задача подхода исследования БИНС, при котором показана принципиальная возможность определения не только переменных навигационной информации об угловом и поступательном движениях объекта в пространстве, но и определения массо-геометрических характеристик этого объекта при заданных его моментно-силовых характеристиках.

2. Указаны основные условия существования решения общей задачи: обеспечение ускоренных углового и поступательного движений объекта, необходимость определять его МГХ на разных интервалах времени, входящих в общий заданный интервал времени его движения; а также, при возможности, использование главных центральных осей связанной с объектом системы координат, для установки в ней инерциальных датчиков БИНС.

3. Показано, что результат решения общей задачи – это алгоритм расширенного функционирования БИНС, включающего алгоритм определения переменных навигационной информации и алгоритм определения МГХ объекта, причём практическое значение имеют соответствующие имитационные алгоритмы, позволяющие разработать программы для встраивания их в бортовой компьютер БИНС.

4. С целью конкретизации заявленного подхода разработки имитационной модели расширенного функционирования БИНС рассмотрена частная задача движения объекта в вертикальной плоскости относительно неподвижной в инерциальном пространстве Земли с плоским гравитационным полем. Для этой задачи выполнено математическое описание, составлен алгоритм расширенного функционирования БИНС, в котором указаны имитационные алгоритмы, а также разработана программа, для которой приведены некоторые характеристики её выполнения. В частности, приведены математические описания, на которых показан метод устранения одного из затруднений определения МГХ.

5. Методика решения частной задачи имеет практическое значение для класса объектов типа БПЛА после её адаптации к конкретному типу этого объекта. В частности, на основе этой методики можно составить алгоритм и разработать программу расширенного функционирования БИНС для этого объекта.

6. С позиций теоретической механики рассмотренный подход к исследованию БИНС относится к задачам определения МГХ механической системы на основе определяемых (с помощью БИНС) КГХ и заданных МСХ этой системы. Подобные задачи в технических приложениях вызывают интерес авторов [7, 8, 9, 10] и эти задачи логично отнести к классу «третья задача динамики», обосновывая тем, что известная первая (прямая) задача динамики – это определение МСХ механической системы на основе заданных МГХ и КГХ этой системы, а известная вторая (обратная) задача динамики – это определение КГХ механической системы на основе заданных МГХ и МСХ этой системы. При этом следует заметить, что тенденция развития компьютерных технологий приводит к возможности решать «третью задачу динамики» в реальном времени, а также целесообразно дополнить сборники задач по теоретической механике тренировочными задачами по теме «Третья задача динамики» с заданиями по разработке проверяемых имитационных алгоритмов с целью получения практически значимых итоговых результатов решения.

Список литературы:

1. Ткачёв Л.И. Системы инерциальной ориентировки. Основные положения теории. – М.: МЭИ, 1973. – 212 с.

2.Лебедев А.М. Математическая модель расчёта переходных процессов воздушного судна. – Ульяновск: УВАУ ГА (И), 2009. – 35 с.

3.Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Динамика полёта самолёта. Устойчивость и управляемость продольного движения. – Самара, Самара: СГАУ, 2011. – 48 с.

4.Колесников К.С. Курс теоретической механики.- 6-е изд.,испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2023. – 580 с.

5.Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.В. Матвеев, В.Я. Распопов – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.

6. Лурье А.И Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

7.Тверской М.М. Автоматизированый контроль и коррекция распределения масс изделий машиностроения // Челябинск: Издательство ЧГТУ, 1997. – 184 с.

8.Федоров В.Б., Юрин И.Ф. Определение массо-геометрических характеристик элементов баллистических летательных аппаратов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Машиностроение. – 2010, № 10 (186).

9.Щипицын А.Г. Программа определения параметров геометрии масс тела на основе измеряемых характеристик его движения // Свидетельство о регистрации электронного ресурса № 20874 от 15.05.2015. Реферат опубликован в газете «Хроники объединённого фонда электронных ресурсов «Наука и образование»», № 5 (май), 2015. – С. 4.

10.Щипицын А.Г. Задачи и результаты исследования инерциальных навигационных систем // Журнал «Научное обозрение. Технические науки», 2016, № 3. Российская Академия Естествознания. Издательский Дом «Академия Естествознания» – С. 130-137.