

Осипов Вячеслав Семёнович,
Самарский государственный технический университет, г. Самара

РАСЧЁТ МЕХАНИЧЕСКИХ ХРАКТЕРИСТИК АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ В ПРОГРАММЕ MATHCAD

Аннотация: Расчёт параметров схемы замещения (рис. 1) и расчёт механических характеристик по каталожным данным [1,2,3] является важной задачей так как в справочных данных содержатся координаты трёх точек механической характеристики.

Кроме того в каталожных данных отсутствуют размеры паза ротора чтобы точно определить коэффициенты поверхностного эффекта и создать точную механическую характеристику.

В данной работе применяется приближённый новый метод учёта поверхностного эффекта за счёт изменения приведённого активного сопротивления ротора в программе Mathcad при расчёте механических характеристик.

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, номинальный ток, пусковой ток, номинальное напряжение, пусковой момент, номинальное и критическое скольжение, механическая характеристика.

Особенности работы в Mathcad. [4,5]

Программа Mathcad это мощное средство расчёта различных математических систем, когда изменение одного любого параметра в системе уравнений приводит к автоматическому расчёту всех уравнений, при этом не требуется калькулятора. Однако эта программа имеет свои особенности.

1. Нельзя в формулах устанавливать буквенные индексы, например

U_n – номинальное напряжение.

При этом индексы должны быть только числовые, например

U_2 – номинальное напряжение. (Индексы устанавливается кнопкой).

2. Необходимо перемножить $\hat{A}_1 \hat{A}_2 \tilde{N}_3$, при перемножении первых двух чисел нажатием кнопки получим $\hat{A}_1 \cdot \hat{A}_2$. Поэтому порядок умножения должен быть таким: умножаются кнопкой буквы без индексов $\hat{A} \cdot \hat{A} \cdot \tilde{N}$, а затем $\hat{A}_1 \cdot \hat{A}_2 \cdot \tilde{N}_3$ устанавливаются индексы другой кнопкой.

3. В Mathcad поддерживаются все возможные операции над комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление и др.).

Мнимая единица "i" вводится с панели инструментов "Calculator" и проставляется после значения числа, например:

$$(R_0 + X_0 \cdot i) \frac{(r'_2 + X_4 \cdot i)}{(R_0 + r'_2 + X_0 \cdot i + X_4 \cdot i)} = 0.084 + 0.484i$$

4. Нельзя с панели компьютера ставить запятые они проставляются нажатием кнопки в Mathcad, где предусмотрены также кнопки математических действий сложение, умножение и т. д.

Одной из задач при любом моделировании процессов в двигателе является определение параметров Т-образной схемы замещения, показанной на рис. 1 и расчётной схемы переходных процессов рис.2.

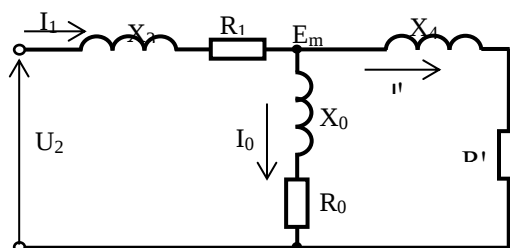
В данной работе предлагается производить пуск конкретного двигателя серии АИР200L6, 380 В.



Таблица. 1.

Каталожные данные и обозначения для Mathcad

Обозначения в Маткаде	Обозначения в рукописи.		
$P_1=30000$	$P_H=30000$	30 кВт	номинальная мощность двигателя,
$U_1=380$	$U_H=380$	В	номинальное линейное напряжение,
$I_1=59,3$	$I_H=59,3$	А	номинальный ток, фазный ток статора
$n_1=1000$	$n_H=1000$	об/мин	номинальная частота вращения на холостом ходу
$S_1=0,02$	$S_H=(1000-980):1000=0,02$	2,0 %	номинальное скольжение,
$\eta_1=0,915$	$\eta_H=0,915$	91,5 %	коэффициент полезного действия в режиме номинальной мощности (100% я нагрузка);
$\cos \varphi =0,84$	$\cos \varphi =0,84$	о.е.	коэффициент мощности в режиме номинальной мощности;
$k_1=7$	$I_{II}/I_H = k_I = 7$	о.е.	кратность пускового тока,
$k_2=2$	$M_{II}/M_H = k_{II} = 2$	о.е.	кратность пускового момента,
$\lambda=2,1$	$M_{МАКС}/M_H = \lambda = 2,1$	о.е.	кратность максимального момента,
$M_1=286,6$	$M_H=286,6$	Нм	номинальный момент нагрузки
$m_1=3$	$m_1=3$		число фаз
$Z_1=3$	$Z_p=3$		число пар полюсов магнитного поля статора.
$U_2=220$	$U_{1H}=220$	В	фазное напряжение $380/\sqrt{3}$
$C_1=1,03$	$C_1=1,03$		Принято среднее значение коэффициента C_1 —это отношение номинального напряжения U_{1H} к ЭДС цепи намагничивания E_{m0} в режиме идеального холостого хода фактически он учитывает падение напряжения в статорной цепи от тока намагничивания.
$\omega_1=314$	$\omega_1=314$	Рад/с	Угловая скорость магнитного поля статора



Р и с. 1 Т-образная схема замещения асинхронного двигателя

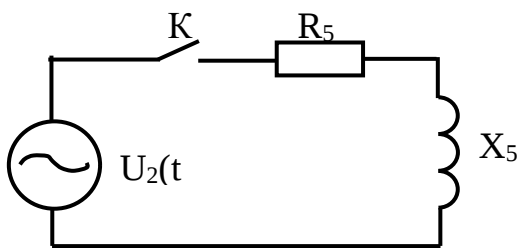


Рис.2 Расчётная схема переходных процессов.



Полученные данные Т-образной схемы замещения (рис.1) из Mathcad

$$\begin{aligned} U_2 &:= 220 & X_0 &:= 8.97\% & R_0 &:= & r'_2 &:= 0.091 \\ X_3 &:= 0.511 & X_4 &:= 0.511 & r_1 &:= 0.12\% \end{aligned}$$

Расчётные сопротивления схемы замещения (рис.2)

$$Z_5 := (R_0 + X_0 \cdot i) \frac{(r'_2 + X_4 \cdot i)}{(R_0 + r'_2 + X_0 \cdot i + X_4 \cdot i)} = 0.084 + 0.484i$$

$$R_5 := 0.084 + r_1 = 0.208 \quad X_5 := 0.484 + X_3 = 0.995$$

Индуктивность

$$L := \frac{X_5}{\omega_1} = 3.169 \times 10^{-3} \quad \omega_1 := 314$$

Постоянная времени $\tau := \frac{L}{R_5} = 0.015$

Индуктивность и постоянная времени достаточны по величине для дискретного пуска.

Главными основными задачами в программе Mathcad являются: расчёт и построение графиков механических характеристик асинхронного электродвигателя без учёта и с учётом вытеснения тока.

В [4] приводятся формулы условно точного расчёта и построения механических характеристик. Для этого требуются данные о размерах ротора.

К сожалению в каталожных данных нет размеров ротора. Поэтому в данной работе за счёт программы Mathcad производится расчёт и построение механической характеристики без учёта поверхностного эффекта [1,2,3] и предлагается новый приближённый метод расчёта с учётом поверхностного эффекта.

В Mathcad на первой странице сверху вводятся каталожные данные шрифтом из Mathcad, это способствует автоматическому расчёту после написания формул. В программе можно ввести каталожные данные другого двигателя и получить результаты расчёта его механической характеристики в ограниченном виде до таблицы результатов расчёта, которые вычисляются с помощью калькулятора.

РАСЧЁТ МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ПРОГРАММЕ Mathcad

Каталожные данные

$$\begin{aligned} P_H &= 30000 & U_H &= 380 & I_H &= 59.3 & n_H &= 1000 & S_H &= 0.02 & f_1 &= 50 \\ & & & & & & Z_1 &:= 3 & f_1 &:= 50 & \omega_1 &:= 314 \\ \eta_H &= 0.915 & \cos \varphi &= 0.84 & I_{\Pi} / I_H &= k_1 = 7 & M_{\Pi} / M_H &= k_{\Pi} = 2 & M_{\text{МАКС}} / M_H &= \lambda = 2.1 \\ U_{1H} &= 220 & M_H &= 286.6 & m_1 &= 3 & Z_p &= 3 & \omega_1 &= 314 & C_1 &= 1.03 \end{aligned}$$

Данные для расчёта в МАТКАД

$$\begin{aligned} E_1 &:= 30000 & U_1 &:= 380 & I_1 &:= 59.3 & n_1 &:= 1000 & S_1 &:= 0.02 \\ \eta_1 &:= 0.915 & \cos \varphi &:= 0.84 & k_1 &:= 7 & k_2 &:= 2 & \lambda &:= 2.1 & C_1 &:= 1.03 \\ U_2 &:= 220 & M_1 &:= 286.4 & m_1 &:= 3 & Z_1 &:= 3 & f_1 &:= 50 & \omega_1 &:= 314 \end{aligned}$$



Синхронная угловая скорость статора.

$$\omega_2 := \frac{2\pi \cdot f_1}{Z_1} = 104.72$$

Угловая скорость ротора двигателя при номинальном скольжении.

$$\omega_3 := \omega_2 \cdot (1 - S_1) = 102.625$$

ПО МЕТОДИКЕ УСОЛЫЦЕВА

Активное сопротивление статора r_{11} . Однако величина этого сопротивления завышена, точнее определим позже как r_1 .

$$r'_2 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot S_1}{\omega_1 \cdot (C_1)^2 \cdot M_3} = 0.091 \quad r_{11} := \frac{\left[U_2 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi - \frac{(M_1 \cdot \omega_1)}{(m_1 \cdot Z_1)} \right]}{\left[(I_1)^2 \right]} = 0.275$$

Номинальный момент приближённый

$$\pi_{\text{www}} := 3.142$$

$$M_3 := \frac{D_1}{\frac{n_1 \cdot 2 \cdot \pi}{60}} = 286.442$$

Приведённое активное сопротивление ротора

$$a := \frac{r_{11}}{C_1 \cdot r'_2} = 2.923$$

$$A_{\text{www}} := 1 - 2 \cdot a \cdot S_1 \cdot (\lambda - 1) = 0.871$$

Критическое скольжение.

$$S_2 := \frac{S_1 \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - A})}{A} = 0.091$$

Активное сопротивление статора с учётом уточнения r_{11} .

$$r_1 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot \left[(U_2)^2 \right]}{2 \cdot \omega_1 \cdot \lambda \cdot M_3} - \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} = 0.124$$

Сопротивления потоков рассеяния двигателя.

$$\tilde{O}_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 - (r_1)^2} = 1.022$$

Полагаем, что сопротивления потоков рассеяния статора и ротора равны.

$$X_3 := \frac{\tilde{O}_2}{2} = 0.511 \quad X_4 := \frac{\tilde{O}_2}{2} = 0.511$$



Реактивная составляющая комплексной проводимости

$$B := \frac{\tilde{O}_2}{\left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_1} \right)^2 + [(X_2)^2] \cdot C_1 \right]} = 0.044$$

Сопротивление цепи намагничивания.

$$X_0 := \frac{1}{C_1 \cdot \left(\frac{I_1 \cdot \sqrt{1 - \cos \varphi^2}}{U_2} - B \right)} - X_3 = 8.972$$

Активное сопротивление статора.

$$r_1 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2}{2 \cdot \omega_1 \cdot \lambda \cdot M_3} - \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} = 0.124$$

Механическая характеристика по Усольцеву.

Момент при номинальном значении скольжения $S_3=0,02$.

$$S_3 := 0.02 \quad C_1 := 1.03 \quad U_2 := 220 \quad \text{Принято } R_0=1$$

$$r'_2 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot S_1}{\omega_1 \cdot (C_1)^2 \cdot M_3} = 0.091 \quad X_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 - (r_1)^2} = 1.022$$

$$M_6 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_3 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_3} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 260.256$$

Момент при критическом скольжения $S_2=0,091$.

$$C_1 := 1.03 \quad S_2 := \frac{C_1 \cdot r'_2}{\sqrt{(\tilde{O}_2)^2 + (r_1)^2}} = 0.091 \quad U_2 := 220$$

$$r'_2 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot S_1}{\omega_1 \cdot (C_1)^2 \cdot M_3} = 0.091 \quad X_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 - (r_1)^2} = 1.022$$

$$M_6 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_2 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 584.007$$



Таблица вычисления моментов по формуле механической характеристики Мб и числа оборотов при изменении скольжения.

$$\omega_1 := 314 \quad \frac{314}{3} = 104.667 \quad \frac{1000}{104.667} = 9.554 \quad \omega_2 := \frac{n}{9.554}$$

$$S := \frac{1000 - n}{1000} \quad n := 1000 - 1000 \cdot S$$

S1	0,002	0,011	0,02	0,042	0,056	0,091	0,15
M1	28,48	151	260	455	527	584	524
ω2	104,46	103,62	104,67	102,57	99,36	95,143	88,97
n,об/ми	998	989	980	958	944	909	850
н							
S1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
M1	453	391	341	270	188	143	116
ω2	83,73	78,5	73,27	62,8	41,87	20,93	0,0
n,об/ми	800	750	700	600	400	200	0,0
н							

Расчёт при скольжениях больше критического с учётом поверхностного эффекта за счёт изменения r'_2 и учёта механической характеристики до критического скольжения.

При моменте пуска самый большой поверхностный эффект, так как $S_1=1$ и частота в роторе 50 Гц.

Изменяем r'_2 чтобы получить момент равный пусковому.

Моменты переключения при скольжениях $S=0,75, 0,5, 0,25$ через равные промежутки моментов настраиваются так же регулированием r'_2 . При скольжениях меньше 0,25 промежутки моментов уменьшаются.

Изменяя r'_2 добиваемся необходимого значения момента, при этом ось моментов делится приближённо на 3-4 равных отрезка.

$$S_2 := 1 \quad r'_2 := 1.6\text{e}$$

$$r_1 := 0.12\text{e} \quad U_2 := 220$$

$$\tilde{O}_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2}\right)^2 - (r_1)^2} = 1.726$$

$$M_3 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_2 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_2} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 520.339$$

$$S_3 := 0.7\text{e} \quad r'_2 := 0.48\text{e}$$

$$r_1 := 0.12\text{e} \quad U_2 := 220$$

$$\tilde{O}_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_3}\right)^2 - (r_1)^2} = 0.655$$



$$M_4 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_3 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_3} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 538.3$$

$$S_4 := 0.5 \quad r'_2 := 0.357$$

$$r_1 := 0.125 \quad U_2 := 220$$

$$\tilde{O}_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_4} \right)^2 - (r_1)^2} = 0.725$$

$$M_4 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_4 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_4} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 556.216$$

$$S_5 := 0.25$$

$$r'_2 := 0.32 \quad U_2 := 220 \quad r_1 := 0.125$$

$$\tilde{O}_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_5} \right)^2 - (r_1)^2} = 1.313$$

$$M_4 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_5 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_5} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 568.852$$

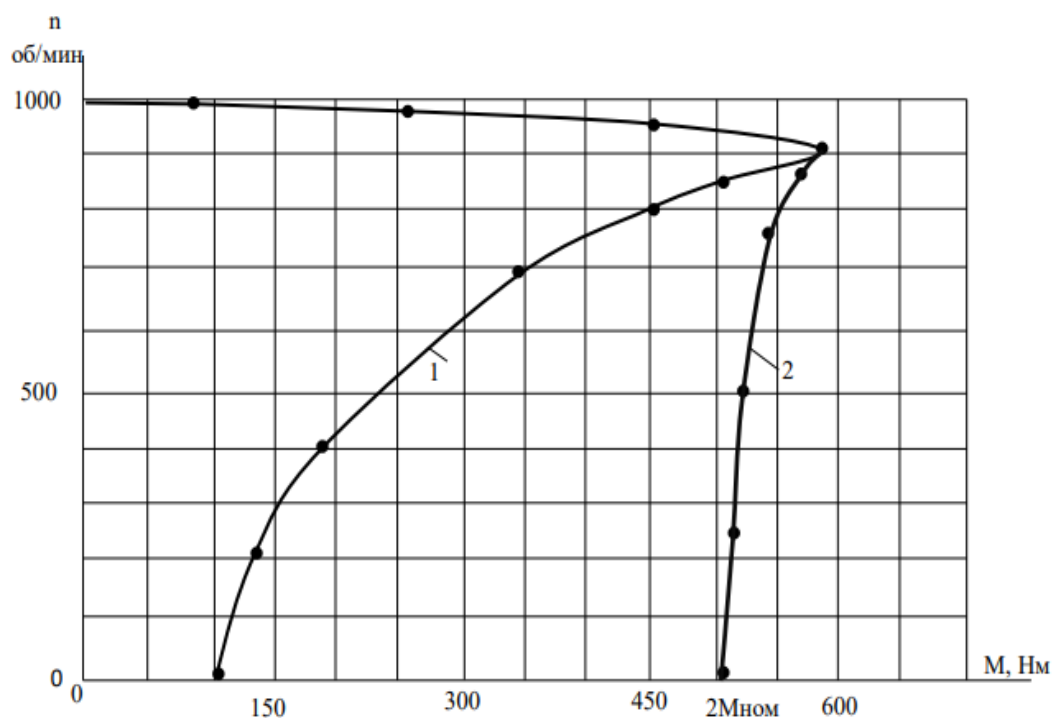
$$S_6 := 0.15 \quad r'_2 := 0.18$$

$$r_1 := 0.125 \quad U_2 := 220$$

$$\tilde{O}_2 := \sqrt{\left(\frac{C_1 \cdot r'_2}{S_6} \right)^2 - (r_1)^2} = 1.23$$

$$M_4 := \frac{m_1 \cdot Z_1 \cdot (U_2)^2 \cdot r'_2}{\omega_1 \cdot S_6 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{C_1 \cdot r'_2}{S_6} \right)^2 + (X_2)^2 \right]} = 575.868$$





Р и с. 3

Механические характеристики асинхронного двигателя
1- без учёта поверхностного эффекта и 2 – с учётом.

При изменении γ_2 получена шкала изменения моментов:

$S_2=1$ $M=520$. $S_3=0,75$ $M=538$ $S_4=0,5$ $M=556$

$S_5=0,25$ $M=568$ $S_6=0,15$ $M=575$

Закключение: таким образом в программе Mathcad целесообразно рассчитывать механические характеристики асинхронных двигателей.

Все формулы в данной работе скопированы из программы Mathcad. Однако существенным недостатком является невозможность копирования формул из статьи в Mathcad. Поэтому при расчёте аналогичные формулы должны отдельно набираться непосредственно в программе Mathcad.

Список литературы:

1. Усольцев А. А. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по справочным данным. 2012.
2. А. А. Усольцев, Д. В. Лукичёв. Определение параметров модели асинхронного двигателя по справочным данным. 2014.
3. Мощинский Ю.А., Беспалов В.Я., Кирякин А.А. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины по каталожным данным. 2010.
4. Новиковский Е.А. Учебное пособие «Работа в системе Mathcad» Е. А. Новиковский.- Барнаул: Типография АлтГТУ, 2013. -114 стр.
5. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Основы работы в математическом пакете Mathcad. Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет». 2012.

