

Березин Павел Владимирович,
Инженер связи АО «Уфанет»,
РФ, р. Башкортостан, с. Иглино
Berezin Pavel Vladimirovich,
Communication engineer at Ufanet JSC

Березин Алексей Владимирович,
Кадастровый инженер, индивидуальный предприниматель,
РФ, р. Башкортостан, с. Иглино
Berezin Alexey Vladimirovich,
Cadastral engineer, individual entrepreneur

Березин Сергей Викторович,
Электромонтёр «МБУ»,
РФ, р. Башкортостан, с. Иглино
Berezin Sergey Viktorovich,
Electrician "MBU"

Груздов Андрей Викторович,
Главный инженер ООО «РусПромХолод»,
РФ, р. Башкортостан, с. Иглино
Gruzlov Andrey Viktorovich,
Chief Engineer of RusPromHolod LLC

МАСТЕР И КВАРКИ MASTER AND QUARKS

Аннотация: Показано обозначение множителей, чисел, степенных рядов и уравнений мастера j , а также некоторые применения мастера и его кварков.

Abstract: The notation of factors, numbers, power series, and equations of Master j are shown, as well as some applications of the Master and its quarks.

Ключевые слова: функции мастера; слияние функций; кварк факториала; мастер чисел; мастер рядов.

Key words: natural functions; function merge; factorial quark; master of numbers; row master.

Итерация бинарных операций Iterated binary operation

Символы итерации бинарных операций $\sum_{t=0}^{\infty} w_t$ и $\prod_{j=1}^{t-1} u_j$ используются для обозначения операций, которые будут повторяться над элементами последовательностей $(\dots, w_3, w_4, w_5 \dots$ и $\dots, u_3, u_4, u_5 \dots)$ с учётом некоторых ограничений. Обычно нижняя граница ограничения записывается под символом, а верхняя граница — над символом. Итерация выполняется над положительными целыми числами от нижней до верхней границы для получения очередных значений индекса итерации (здесь индекс обозначен буквой t для суммы и буквой j для произведения).

Iterated binary operations are used to represent an operation that will be repeated over a set subject to some constraints. Typically the lower bound of a restriction is written under the symbol, and the upper bound over the symbol. Interpolation is performed over positive integers from the lower to upper bound, to produce the set which will be substituted into the index (below denoted as t or j) for the repeated operations.

$$\sum_{t=0}^n t = 0 + 1 + 2 + \dots + n \quad (1)$$



$$\prod_{j=1}^{t-1} j = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (t-1) \quad (2)$$

Вместо явных ограничений индекса можно указать принадлежность к набору или логические ограничения, чтобы неявно указать, какие элементы набора следует использовать.

It is possible to specify set membership or other logical constraints in place of explicit indices, in order to implicitly specify which elements of a set shall be used:

$$\sum_{t \in 2N}^{\leq n} t = 0 + 2 + 4 + \dots + n \quad (3)$$

$$\prod_{j>0}^{j<t} j = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (t-1) \quad (4)$$

Слагаемые суммы и множители произведения могут обозначаться проиндексированными переменными.

The terms of a sum and the factors of a product can be designated by indexed variables.

$$y = \sum_{t=0}^{\infty} w_t = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + \dots \quad (5)$$

$$w_t = \prod_{j=1}^{j<t} u_{t,j} = u_{t,1} \times u_{t,2} \times u_{t,3} \times \dots \times u_{t,t-1} \quad (6)$$

где t — индекс суммирования; w_t — индексированная переменная, представляющая каждый член суммы;

where t is the index of summation; w_t is an indexed variable representing each term of the sum;

Итерации бинарных операций над элементами некоторых последовательностей широко используются в естественных науках. Master j — это система обозначений таких последовательностей и их элементов, а также уравнений с участием результатов этих итераций. Данная система обозначений может использоваться для компактной записи математических уравнений, формул и степенных рядов, а также для систематизации некоторых тождеств и свойств различных функций.

Iterations of binary operations on elements of some sequences are widely used in the natural sciences. Master j is a notation system for such sequences and their elements, as well as equations involving the results of these iterations. This notation system can be used for compact recording of mathematical equations, formulas and power series, as well as for systematization of some identities and properties of various functions.

Множители мастера j

Master j multipliers

Значение мастер-множителя $\overline{m}_{rt}^s$ зависит от его позиции в двух последовательностях.

The value of the master multiplier $\overline{m}_{rt}^s$ depends on its position in two sequences.

Таблица 1

Последовательности элементов произведения $u_{t,j}$ и членов суммы w_t

$t \backslash j$	1	2	3	4
2	$\overline{m}_{r21}^s$			
3	$\overline{m}_{r31}^s$	$\overline{m}_{r32}^s$		
4	$\overline{m}_{r41}^s$	$\overline{m}_{r42}^s$	$\overline{m}_{r43}^s$	
5	$\overline{m}_{r51}^s$	$\overline{m}_{r52}^s$	$\overline{m}_{r53}^s$	$\overline{m}_{r54}^s$

$$\overline{m}_{rt}^s = m + st - rj \quad (7)$$

Мнемотехнический приём
Mnemonic device



$$(\text{master } j \overline{m_{tj}^s} = m + st - rj, a: = +, e: = -) \quad (8)$$

При использовании мастер-множителя $\overline{m_{tj}^s}$ нет необходимости указывать, что независимый аргумент принадлежит натуральному ряду $j \in N^*$, поскольку это указано в определении множителя мастера.

When using the master factor $\overline{m_{tj}^s}$, it is not necessary to indicate that the independent argument belongs to the natural series $j \in N^*$, since this is specified in the definition of the master factor.

Мастер чисел

Master numbers

Числа мастера $m_{r,t}^s$ образуют такие последовательности чисел, в которых у каждого члена, начиная со второго, на один множитель мастера $\overline{m_{tj}^s}$ больше, чем у предыдущего.

Master numbers $m_{r,t}^s$ form such sequences of numbers in which each member, starting with the second, has one master factor $\overline{m_{tj}^s}$ more than the previous one.

$$m_{r,1}^s = 1 \quad (9)$$

$$m_{r,2}^s = 1 \cdot \overline{m_{t1}^s} \quad (10)$$

$$m_{r,3}^s = 1 \cdot \overline{m_{t1}^s} \cdot \overline{m_{t2}^s} \quad (11)$$

$$m_{r,t}^s = 1 \cdot \prod_{j>0}^{j<t} \overline{m_{tj}^s} \quad (12)$$

function $u(m, s, r, t) \{ \text{for}(u = 1, j = 1; j < t; j = j + 1) u = u \cdot (m + st - rj); \text{return } u \}$

При использовании мастера чисел $m_{r,t}^s$ нет необходимости указывать, что независимый аргумент принадлежит натуральному ряду $t \in N^*$, поскольку это указано в определении числа мастера.

When using the master number $m_{r,t}^s$, it is not necessary to indicate that the independent argument belongs to the natural series $j \in N^*$, since this is specified in the definition of the master number.

Связь с другими последовательностями и функциями

Related sequences and functions

Числа мастера 0 рода $m_{0,t}^0$ – это степенная функция от левого верхнего индекса. У чисел мастера нулевого рода правый надстрочный и левый подстрочный индексы всегда равны нулю.

The master numbers of the 0 kind $m_{0,t}^0$ are a power function of the left superscript. For master numbers of genus zero, the right superscript and left subscript are always zero.

$$m_{0,1}^0 = 1 \quad (13)$$

$$m_{0,2}^0 = 1 \cdot m \quad (14)$$

$$m_{0,3}^0 = 1 \cdot m \cdot m \quad (15)$$

$$m_{0,t}^0 = 1 \cdot \prod_{j>0}^{j<t} m = m^{t-1} \quad (16)$$

Числа мастера I рода $m_{0,t}^{s \neq 0}$ – это степенная функция от суммы $(m + st)$. У чисел мастера первого рода правый надстрочный индекс не равен нулю, левый подстрочный индекс равен нулю.

The master numbers of the first kind $m_{0,t}^{s \neq 0}$ are a power function of the sum $(m + st)$. For master numbers of the first kind, the right superscript is not equal to zero, and the left subscript is equal to zero.

$$m_{0,1}^s = 1 \quad (17)$$

$$m_{0,2}^s = 1 \cdot (m + st) \quad (18)$$

$$m_{0,3}^s = 1 \cdot (m + st) \cdot (m + st) \quad (19)$$

$$m_{0,t}^s = 1 \cdot \prod_{j>0}^{j<t} (m + st) = (m + st)^{t-1} \quad (20)$$



Числа мастера II рода. У чисел мастера второго рода левый подстрочный индекс не равен нулю, правый надстрочный индекс либо равен нулю, либо равен левому подстрочному индексу.

Master numbers of the second kind. For master numbers of the second kind, the left subscript is not equal to zero, and the right superscript is either zero or equal to the left subscript.

$$m_{r \neq 0, t}^{s=0 || r}, (s = 0) \text{ or } (s = r \neq 0) \quad (21)$$

Если второй и третий (слэш) параметры мастера равны $m_{r, t}^r$, можно во второй параметр подать 0, а третий параметр подавать с противоположным знаком $m_{r, t}^0$. Мастер-множители будут расположены в обратном порядке, но произведение останется таким же. Это неизбежное следствие главной причины прогрессии множителей мастера – разности позиций $(t - j)$, см. Таблицу 1. Такие последовательности чисел связаны следующим тождеством $m_{r, t}^0 = m_{r, t}^r$

If the second and third (slash) parameters of the master are equal $m_{r, t}^r$, you can supply 0 to the second parameter, and supply the third parameter with the opposite sign $m_{r, t}^0$. The master factors will be arranged in the opposite order, but the product will remain the same. This is an inevitable consequence of the main reason for the progression of the master factors - the difference in positions. Such sequences of numbers are related by the following identity $m_{r, t}^0 = m_{r, t}^r$

Гамма-функция $\Gamma(t)$ – обозначение Лежандра для интеграла Эйлера второго рода.

The gamma function $\Gamma(t)$ is Legendre's notation for the Euler integral of the second kind.

$$\Gamma(t) = {}_1^0!_t \quad (22)$$

$${}_1^0!_1 = 1 = \Gamma(1) \quad (23)$$

$${}_1^0!_2 = (2 - 1) = \Gamma(2) \quad (24)$$

$${}_1^0!_3 = (3 - 1)(3 - 2) = \Gamma(3) \quad (25)$$

$${}_1^0!_4 = (4 - 1)(4 - 2)(4 - 3) = \Gamma(4) \quad (26)$$

Факториал натурального числа. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

The factorial of a natural number.

$$t! = {}_1^1!_t \quad (27)$$

$${}_1^1!_1 = 1 = 1! \quad (28)$$

$${}_1^1!_2 = (1 + 2 - 1) = 2! \quad (29)$$

$${}_1^1!_3 = (1 + 3 - 1)(1 + 3 - 2) = 3! \quad (30)$$

$${}_1^1!_4 = (1 + 4 - 1)(1 + 4 - 2)(1 + 4 - 3) = 4! \quad (31)$$

r-кратный факториал числа n – это произведение натуральных чисел от n до 1 с периодичностью r. Количество множителей определяется округлением результата деления целых чисел в большую сторону $t = \left\lceil \frac{n}{r} \right\rceil$.

r-fold factorial of n is the product of natural numbers from n to 1 with periodicity r. The number of factors is determined by rounding the result of dividing integers up $t = \left\lceil \frac{n}{r} \right\rceil$.

$$n!_{(r)} = n - rt!_{r, t+1}, t = \left\lceil \frac{n}{r} \right\rceil \quad (32)$$

Чтобы получить **3-кратный факториал** числа 5, нужно вначале найти $t = \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil = 2$, затем $m = n - rt = 5 - 3 \cdot 2 = -1$.

$$5!!! = {}_{-1}^{-1}!_3 = \overbrace{{}_{-1}^{-1}!_3}^{-1} \overbrace{{}_{-1}^{-1}!_3}^{-1} = 5 \cdot 2 = 10 \quad (33)$$

$$6!!! = {}_0^0!_3 = \overbrace{{}_0^0!_3}^0 \overbrace{{}_0^0!_3}^0 = 6 \cdot 3 = 18 \quad (34)$$

$$7!!! = {}_1^1!_4 = \overbrace{{}_1^1!_4}^1 \overbrace{{}_1^1!_4}^1 \overbrace{{}_1^1!_4}^1 = 7 \cdot 4 \cdot 1 = 28 \quad (35)$$

Неполные факториалы. Falling and rising factorials.

убывающий факториал $(n)_k$, falling factorial



$$\begin{aligned} {}^{n+1}_1!^0_{k+1} &= (n)_k & (36) \\ (7)_2 &= {}^8_1!^0_3 = 7 \cdot 6 = 42 & (37) \end{aligned}$$

Через эти же параметры можно получать **биномиальные коэффициенты**
Using the same parameters, one can obtain binomial coefficients

$$\binom{n}{k} = \frac{{}^{n+1}_1!^0_{k+1}}{k!} \quad (38)$$

возрастающий факториал – функция Похгаммера $n^{(k)}$, rising factorial

$${}^{n-1}_1!^0_{k+1} = n^{(k)} \quad (39)$$

$$7^{(2)} = {}^6_1!^0_3 = 7 \cdot 8 = 56 \quad (40)$$

производная от степенной функции

derivative of a power function

$$(x^t)^{(t)} = {}^{1!}_1!^1_t \quad (41)$$

Числа мастера III рода. У чисел мастера третьего рода левый подстрочный индекс не равен нулю, правый надстрочный индекс не равен нулю и не равен левому подстрочному индексу.
Master Numbers of the 3rd Kind. For master numbers of the third kind, the left subscript is not equal to zero, the right superscript is not equal to zero and is not equal to the left subscript.

$${}^{m!}_{r \neq 0}!^{s \neq 0 \& r}_{t \neq 0} \quad s \neq 0 \& s \neq r \neq 0 \quad (42)$$

$${}^0_2!^1_2 = (2 - 2) = 0 \quad (43)$$

$${}^0_2!^1_3 = (3 - 2)(3 - 4) = -1 \cdot 1 = -(1!!)^2 \quad (44)$$

$${}^0_2!^1_4 = (4 - 2)(4 - 4)(4 - 6) = 0 \quad (45)$$

$${}^0_2!^1_5 = (5 - 2)(5 - 4)(5 - 6)(5 - 8) = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = (3!!)^2 \quad (46)$$

$${}^0_2!^1_7 = (7 - 2)(7 - 4)(7 - 6)(7 - 8)(7 - 10)(7 - 12) = -1^2 3^2 5^2 = -(5!!)^2 \quad (47)$$

Ряды мастера

Master series

Из мастера можно получить не только отдельные члены последовательностей, но и бесконечные степенные ряды многих функций. Для этого вместо восклицательного знака (!) в режим мастера нужно поставить двоеточие (:), а вместо номера члена последовательности (t) в независимый аргумент мастера нужно подавать независимый аргумент функции (x). Любой член любого ряда мастера – это произведение «независимой» дроби $\frac{x^t}{t!}$ и числа мастера ${}^m!_r!^s_t$. Нулевой член равен левому верхнему индексу m.

From the master, not only individual members of sequences can be obtained, but also infinite power series of many functions. To do this, instead of an exclamation mark (!) in the master mode, you need to put a colon (:), and instead of the sequence member number (t), you need to supply an independent function argument (x) to the independent argument of the master. Any member of any series of the master is the product of the "independent" fraction $\frac{x^t}{t!}$ and the master number ${}^m!_r!^s_t$. The zero term is equal to the first parameter m.

$${}^{m,s}_{r,x} = \sum_{t=0}^{\infty} w_t, w_t = \frac{x^t}{t!} {}^m!_r!^s_t, w_0 = m \quad (48)$$

$${}^{m,s}_{r,x} = m + \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{x^t}{t!} \cdot {}^m!_r!^s_t \right) \quad (49)$$

$$\begin{aligned} {}^{m,s}_{r,x} &= m + x + \frac{x^2}{2} (m + 2s - r) + \frac{x^3}{3!} (m + 3s - r)(m + 3s - 2r) \\ &\quad + \frac{x^4}{4!} (m + 4s - r)(m + 4s - 2r)(m + 4s - 3r) + \dots \end{aligned} \quad (50)$$

Выше было показано, как получать биномиальные коэффициенты с помощью целочисленных параметров мастера. Их можно получать и с помощью дробных параметров. Начнём с таких параметров: ${}^{1,0}_{1/2}$



Above we showed how to obtain binomial coefficients using integer parameters of the master. They can also be obtained using fractional parameters of master numbers of the second kind $r \neq 0$. Let's start with such parameters $1/2$.

$${}_{1/2}^{1,0}x = 1 + x + \frac{x^2}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{x^3}{3!} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{2}\right) + \frac{x^4}{4!} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{2}\right) \left(1 - \frac{3}{2}\right) + \dots \quad (51)$$

Третий и следующие члены (нумерация от 0) имеют множитель $\left(1 - \frac{2}{2}\right) = 0$, значит, все члены степенного ряда, начиная с номера 3, равны нулю. Другими словами, этот ряд имеет 3 члена, которые являются биномиальным разложением.

The third and subsequent terms (numbered from 0) have a factor $\left(1 - \frac{2}{2}\right) = 0$, which means that all terms of the power series, starting with number 3, are equal to zero. In other words, this series has 3 terms, which are the binomial expansion.

$${}_{1/2}^{1,0}x = 1 + x + \frac{x^2}{4} = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 \quad (52)$$

Если подать в третий параметр значение $1/3$

$${}_{1/3}^{1,0}x = 1 + x + \frac{x^2}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{x^3}{3!} \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{2}{3}\right) + \frac{x^4}{4!} \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{2}{3}\right) \left(1 - \frac{3}{3}\right) + \dots \quad (53)$$

то все члены, начиная с номера 4, будут равны нулю, так как $\left(1 - \frac{3}{3}\right) = 0$.

$${}_{1/3}^{1,0}x = 1 + x + \frac{x^2}{3} + \frac{x^3}{27} = \left(1 + \frac{x}{3}\right)^3 \quad (54)$$

Можно подставлять любые значения в третий параметр, кроме нуля. При следующих параметрах мастера ${}_{\neq 0}^{1,0}$, всегда будет одно и тоже тождество.

You can substitute any values in the third parameter, except zero. With the following parameters of the master ${}_{\neq 0}^{1,0}$, there will always be the same identity

$${}_{1/r}^{1,0}x = (1 + x/r)^r \quad (55)$$

Из мастеров $r \neq 0$ получаются биномиальные разложения, геометрические ряды и степенные ряды арифметических корней.

From masters $r \neq 0$ we obtain binomial expansions, geometric series and power series of arithmetic roots.

$${}_{r \cdot x/r}^{1,0} = (1 + x)^{1/r} = \sqrt[r]{1 + x} \quad (56)$$

Левый подстрочный индекс (r) мастер-ряда – это степень арифметического корня. Это может быть любое число, кроме нуля. $r \in C^*, r \neq 0$. Корень нулевой степени не определён. На ноль делить нельзя. Если всё-таки подать в третий параметр мастера 0, то при тех же значениях остальных параметров, получится степенной ряд другой функции – экспоненты.

$${}_{0 \cdot x}^{1,0} = e^x$$

The left subscript (r) of the master series is the degree of the arithmetic root. This can be any number except zero. $r \in C^*, r \neq 0$. The root of degree zero is not defined. It is impossible to divide by zero. If you still supply 0 as the third parameter of the master, then with the same values of the other parameters, you will get a power series of another function - the exponent. ${}_{0 \cdot x}^{1,0} = e^x$

Такое принципиальное изменение рядов происходит при обнулении любого параметра. Их всего три, поэтому получается $2^3=8$ разных уравнений мастера. Если обнулить левый верхний индекс, то из мастера можно получить степенные ряды следующих функций.

Such a fundamental change in the series occurs when any parameter is zeroed. There are only three of them, so we get $2^3=8$ different equations of master. If we zero out the first parameter m, then we can obtain power series of the following functions.

$${}_{1 \cdot x}^{0,0} = \ln(1 + x), {}_{0 \cdot x}^{0,-1} = \text{LambertW}(x), {}_{2 \cdot x}^{0,1} = \text{arsinh}(x) \quad (57)$$

Некоторые функции имеют только чётные или только нечётные члены мастера.

Some functions use only even or only odd members of the master series.



$$\frac{1}{0 \cdot x} = \sinh(x), \frac{1}{0 \cdot ix} = \cos(x), \frac{0}{1 \cdot x} = \operatorname{artanh}(x) \quad (58)$$

$$\frac{1}{2 \cdot x} = \sqrt[2]{x^2 + 1} = 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + \frac{x^6}{16} - \frac{5x^8}{128} + \frac{7x^{10}}{256} - \dots \quad (59)$$

$$\frac{1}{2 \cdot x} = x \quad (60)$$

$$y = (1 + 2xy^1)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2 \cdot x} = \frac{1}{2 \cdot x} + \frac{1}{2 \cdot x} = \sqrt{x^2 + 1} + x = 1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + \dots \quad (61)$$

Указывать, с какого члена начинается выборка, и с какой периодичностью она производится можно после независимого аргумента.

You can indicate from which member the selection begins and with what periodicity it is made after the independent argument.

$$\frac{1}{3 \cdot x; 0,3} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \sqrt[2]{\frac{1}{4} - x^3}} = 1 - \frac{x^3}{3} - \frac{4x^6}{9} - \frac{77x^9}{81} - \dots \quad (62)$$

$$\frac{1}{3 \cdot x; 1,3} = \frac{x}{\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \sqrt[2]{\frac{1}{4} - x^3}}} = x + \frac{x^4}{3} + \frac{5x^7}{9} + \frac{104x^{10}}{81} + \dots \quad (63)$$

$$\frac{1}{3 \cdot x; 2,3} = 0 \quad (64)$$

$$y = (1 + 3xy^1)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3 \cdot x} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \sqrt[2]{\frac{1}{4} - x^3}} + \frac{x}{\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \sqrt[2]{\frac{1}{4} - x^3}}} \quad (65)$$

recroot 3;2

$$\frac{1}{3 \cdot x; 0,3} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + x^3 + \sqrt[2]{\frac{1}{4} + x^3}} = 1 + \frac{2x^3}{3} + \frac{7x^6}{9} + \frac{130x^9}{81} + \dots \quad (66)$$

$$\frac{1}{3 \cdot x; 1,3} = x \quad (67)$$

$$\frac{1}{3 \cdot x; 2,3} = \frac{x^2}{\sqrt[3]{\frac{1}{2} + x^3 + \sqrt[2]{\frac{1}{4} + x^3}}} = x^2 - \frac{2x^5}{3} + \frac{11x^8}{9} - \frac{238x^{11}}{81} + \dots \quad (68)$$

$$y = (1 + 3xy^2)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3 \cdot x} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + x^3 + \sqrt[2]{\frac{1}{4} + x^3}} + x + \frac{x^2}{\sqrt[3]{\frac{1}{2} + x^3 + \sqrt[2]{\frac{1}{4} + x^3}}} \quad (69)$$

Слияние мастеров

Merger of Masters

Слияние мастеров используется корнями различных многочленов, например, $y = (1 + rx_1y^{s_1} + rx_2y^{s_2})^{\frac{1}{r}}$ или $y = x \frac{(e^{sy} + e^{-sy})}{2} = \frac{x}{2} \cdot \cosh(sy)$. Операция слияние обозначается символом «@».

Merge masters are used by roots of various polynomials, for example, $y = (1 + rx_1y^{s_1} + rx_2y^{s_2})^{\frac{1}{r}}$ or $y = x \frac{(e^{sy} + e^{-sy})}{2} = \frac{x}{2} \cdot \cosh(sy)$. The merge operation is denoted by the symbol "@".

$$m_{r \cdot t_1}^{s_1} @ m_{r \cdot t_2}^{s_2} = m_{r \cdot t_1, t_2}^{s_1, s_2} \quad (70)$$

$$(\prod_{j=1}^{j < t_1} (m + s_1 t_1 - rj)) @ (\prod_{j=1}^{j < t_2} (m + s_2 t_2 - rj)) = \prod_{j=1}^{j < t_1 + t_2} (m + s_1 t_1 + s_2 t_2 - rj) \quad (71)$$

$$m_{r \cdot 1}^{s_1} = 1, \quad m_{r \cdot 1}^{s_2} = 1 \quad (72)$$

$$m_{r \cdot 1}^{s_1} @ m_{r \cdot 1}^{s_2} = m_{r \cdot 1, 1}^{s_1, s_2} = (m + s_1 + s_2 - r) \quad (73)$$



Слияние рядов мастера приводит к тому, что новый – единый ряд будет использовать несколько независимых аргументов. Мастер рядов с одним независимым аргументом является обобщением гипергеометрической функции.

Merging the master series results in a new, single series using several independent arguments. The master of series with one independent argument is a generalization of the hypergeometric function.

Мастер уравнений

Master of Equations

Существует 8 уравнений, приведённых к образу мастера, то есть к такому виду, когда они решаются одним мастер-рядом, без преобразований параметров и без преобразований независимого аргумента.

There are 8 equations reduced to the master image, that is, to such a form when they are solved by one master series, without transformations of parameters and without transformations of the independent argument.

Таблица 2

$y = x$	$y = xe^{sy}$	$y = \frac{\ln(1+rx)}{r}$	$y = \frac{\ln(1+rx e^{sy})}{r}$	$m = 0$
$y = e^x$	$y = e^{xy^s}$	$y = (1+rx)^{\frac{1}{r}}$	$y = (1+rx y^s)^{\frac{1}{r}}$	$m = 1$
${}_m y_x^0$	${}_m y_x^{\neq 0}$	${}_m y_x^0$	${}_m y_x^{\neq 0}$	

$$y = \frac{m \cdot s}{r \cdot x} = m + \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{x^t}{t!} \cdot \frac{m! s}{r! t} \right) = m + x + \frac{x^2}{2} (m + 2s - r) + \frac{x^3}{3!} (m + 3s - r)(m + 3s - 2r) + \dots \quad (74)$$

Но функций, которые можно получить из одного мастера, гораздо больше, так как различными преобразованиями эти уравнения можно приводить к другим уравнениям. Например, уравнение ${}_0 y_x^1$

But there are many more functions that can be obtained from one master, since these equations can be reduced to other equations by various transformations. For example, the equation ${}_0 y_x^1$

$$y = \frac{\ln(1+2xe^{1y})}{2} \quad (75)$$

$$e^y = (1 + 2xe^y)^{\frac{1}{2}} \quad (76)$$

$$e^{2y} = 1 + 2xe^y \quad (77)$$

можно разделить на e^y ,

$$e^y - e^{-y} = 2x \quad (78)$$

$$\sinh(y) = x \quad (79)$$

$$y = \frac{\ln(1+2xe^{1y})}{2} = \operatorname{arsinh}(x) = \frac{0 \cdot 1}{2 \cdot x} \quad (80)$$

${}_0 y_x^{s \neq 0 \neq r}$ – это уравнение третьего рода. Согласно правилу выбора корней уравнений третьего рода, нулевой корень гиперболического арксинуса определяется по формулам

${}_0 y_x^{s \neq 0 \neq r}$ is an equation of the third kind. According to the rule for choosing the roots of equations of the third kind, the zero root of the hyperbolic arcsine is determined by the formulas

$$\operatorname{Arsinh}_0(x) = \operatorname{Ln}(1) + \frac{0 \cdot 1}{2 \cdot x}, |x| < 1 \quad (81)$$

$$\operatorname{Arsinh}_0(x) = \operatorname{Ln}(2x) + \frac{0 \cdot -1}{1 \cdot 1/4x^2}, |x| \geq 1 \quad (82)$$



Первый корень определяется по формулам

The first root is determined by the formulas

$$\operatorname{Arsinh}_1(x) = \operatorname{Ln}(-1) + {}^{0.1}_2x, |x| < 1 \quad (83)$$

$$\operatorname{Arsinh}_1(x) = \operatorname{Ln}(-1/2x) + {}^{0.2}_{-1/4x^2}, |x| \geq 1 \quad (84)$$

Выбор ветви Arsinh осуществляется выбором ветви комплексного логарифма.

The choice of the Arsinh branch is made by choosing the branch of the Ln.

Любой корень уравнений ненулевого рода имеет два разных ряда – ряд Тейлора и асимптотическое разложение. Всегда можно выбрать такой ряд, который сходится для данного независимого аргумента функции. Для разных корней одного уравнения могут быть разные асимптотические разложения.

Any root of equations of nonzero kind has two different series - Taylor series and asymptotic expansion. It is always possible to choose such a series that converges for a given independent argument of the function. For different roots of one equation there can be different asymptotic expansions.

Параметры мастера

Master parameters

$$m_{r \cdot t}^1 s = \prod_{j=1}^{t-1} (m + st - rj) \quad (85)$$

Если левый подстрочный индекс, **третий параметр** равен нулю $r = 0$, ряд $m_{0 \cdot x}^1 s$ сходится, когда $|esx| < 1$. Если $r \neq 0$, ряд $m_{r \neq 0 \cdot x}^1 s$ сходится, когда $|r - s|^{r-s} |s|^{|s|} |x|^{|r|} < 1$. В формулах с мастер-рядом необязательно обозначать радиус сходимости, в определении 3го параметра мастера это уже обозначено.

If left subscript, third parameter $r = 0$, $m_{0 \cdot x}^1 s$ converges when $|esx| < 1$. If $r \neq 0$, $m_{r \neq 0 \cdot x}^1 s$ converges when $|r - s|^{r-s} |s|^{|s|} |x|^{|r|} < 1$. In formulas with a master series, it is not necessary to designate the radius of convergence as an identity condition, since this is already indicated in the definition of the third parameter of the master.

1й параметр мастера (левый верхний индекс) может иметь 2 значения, 0 или 1. Между двумя типами рядов существуют следующие тождества

The first parameter of the master (the left superscript) can have only 2 values, 0 or 1. The following identities exist between the two types of series

$${}^{1 \cdot s}_{r \cdot x} = e^{0 \cdot s}_{r \cdot x} \quad (86)$$

$$\frac{d {}^{1 \cdot s}_{r \cdot x}}{dx} = {}^{1 \cdot s}_{r \cdot x} \frac{d {}^{0 \cdot s}_{r \cdot x}}{dx} \quad (87)$$

$${}^{1 \cdot s}_{r \cdot x} = \frac{d {}^{1 \cdot s}_{r \cdot x}}{d \ln {}^{1 \cdot s}_{r \cdot x}} = \frac{de^{0 \cdot s}_{r \cdot x}}{d {}^{0 \cdot s}_{r \cdot x}} = e^{0 \cdot s}_{r \cdot x} \quad (88)$$

У лёгкого ($m=0$) ряда есть пропорциональное параметрическое тождество

The light ($m=0$) series has a proportional parametric identity

$$c \cdot {}^{0 \cdot s}_{r \cdot x} = {}^{0 \cdot s}_{\frac{r}{c} \cdot cx} \quad (89)$$

Тяжёлые ($m=1$) ряды имеют степенное параметрическое тождество

Heavy ($m=1$) series have a power parametric identity

$$({}^{1 \cdot s}_{r \cdot x})^c = {}^{1 \cdot s/c}_{r/c \cdot cx} \quad (90)$$

Второй параметр мастера (правый верхний индекс) называется синхронизация прогрессии мастер-чисел. Если $s=0$ или $s=r$, то множители разных мастер-чисел синхронизированы, и следующее мастер-число наследует все множители предыдущего мастер-числа.

The second parameter of the master (the upper right index) is called the master number progression synchronization. If $s=0$ or $s=r$, then the multipliers of different master numbers are



synchronized, and the next master number inherits all the multipliers of the previous master number.

Если уравнение содержит несколько **независимых аргументов** (правый нижний индекс) ${}_r y_{x_1, x_2, \dots}^{s_1, s_2, \dots}$, то используется слияние мастер-рядов.

If the equation contains several independent arguments (right subscript) ${}_r y_{x_1, x_2, \dots}^{s_1, s_2, \dots}$, then master series merging is used.

$$y = (1 + r x_1 y^{s_1} + r x_2 y^{s_2} + \dots)_{r \cdot x_1, x_2, \dots}^1 = {}_{r \cdot x_1, x_2, \dots}^{1, s_1, s_2, \dots} \quad (91)$$

Слияние выполняется раньше всех других операций и одновременно над всеми степенными рядами, между которыми стоит этот знак.

The merger is performed before all other operations and simultaneously on all power series between which this sign appears.

$${}_{r \cdot x_1}^{m, s_1} @ {}_{r \cdot x_2}^{m, s_2} @ \dots = {}_{r \cdot x_1, x_2, \dots}^{m, s_1, s_2, \dots} \quad (92)$$

При слиянии степенных рядов

When merging power series

$$\left(1 + \sum_{t_1=1}^{\infty} \frac{x_1^{t_1}}{t_1!} m_1^{s_1}\right) @ \left(1 + \sum_{t_2=1}^{\infty} \frac{x_2^{t_2}}{t_2!} m_1^{s_2}\right) @ \left(1 + \sum_{t_3=1}^{\infty} \frac{x_3^{t_3}}{t_3!} m_1^{s_3}\right) \quad (93)$$

происходит слияние каждого члена одного ряда с каждым членом каждого другого ряда.

each member of one row merges with each member of every other row.

$$\left(\frac{x_1^{t_1}}{t_1!} m_1^{s_1}\right) @ \left(\frac{x_2^{t_2}}{t_2!} m_1^{s_2}\right) @ \left(\frac{x_3^{t_3}}{t_3!} m_1^{s_3}\right) = \frac{x_1^{t_1}}{t_1!} \frac{x_2^{t_2}}{t_2!} \frac{x_3^{t_3}}{t_3!} m_1^{s_1, s_2, s_3} \quad (94)$$

Независимые дроби при слиянии просто умножаются. Все мастера одного слияния превращаются в один монолит, который нельзя получить из исходных мастеров обычным умножением.

Independent fractions are simply multiplied when merging. All masters of one merger are transformed into one monolith, which cannot be obtained from the original masters by ordinary multiplication.

$${}_{r \cdot t_1, t_2, t_3}^{m_1^{s_1, s_2, s_3}} = \prod_{j=1}^{t_1+t_2+t_3-1} (m + s_1 t_1 + s_2 t_2 + s_3 t_3 - r j) \quad (95)$$

Слияние лёгких ($m=0$) рядов производится по тем же правилам. В это время нулевой член степенного ряда – единица у них присутствует $w_0 = 1$. Когда слияние будет завершено, от монолита нужно будет отнять 1.

Merging of light ($m=0$) series is done according to the same rules. At this time, the zero member of the power series – unity is present $w_0 = 1$. Once the merge is complete, 1 will need to be subtracted from the monolith.

Биномиальное разложение получается из одного мастера ${}_{r \neq 0 \cdot x}^{1, 0 || r}$. Слияние позволяет работать с любым количеством членов под любой степенью.

Binomial decomposition is obtained from a single master ${}_{r \neq 0 \cdot x}^{1, 0 || r}$. Merge allows you to work with any number of members under any degree.

$${}_{r \neq 0 \cdot x_1}^{1, 0} @ {}_{r \neq 0 \cdot x_2}^{1, 0} \quad (96)$$

$$y = (1 + x_1/2 + x_2/2)^2 = {}_{1/2 \cdot x_1, x_2}^{1, 0, 0} = \left(1 + \frac{x_1}{1!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_2}{2!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0}\right) @ \left(1 + \frac{x_2}{1!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_2^2}{2!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0}\right) = 1 + \frac{x_1}{1!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_1^2}{2!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_2}{1!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_2^2}{2!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_1^2}{2!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} + \frac{x_2^2}{2!} \frac{1}{2!} {}_{1/2}^{1, 0} \quad (97)$$

Когда все верхние правые индексы равны нулю, нижние правые индексы можно просто сложить ${}_{1/2 \cdot 1, 1}^{1, 0, 0} = {}_{1/2 \cdot 2}^{1, 0}$. Все числа мастера ${}_{1/n \cdot t}^{1, 0}$, $n \in N^*$ при $t > n$ равны нулю.

When all upper right indices are zero, the lower right indices can simply be added together. ${}_{1/2 \cdot 1, 1}^{1, 0, 0} = {}_{1/2 \cdot 2}^{1, 0}$. All master numbers ${}_{1/n \cdot t}^{1, 0}$, $n \in N^*$ for $t > n$ will be equal to zero.



$$y = (1 + x_1/2 + x_2/2)^2 = {}_{1/2}^{1,0,0} = 1 + \frac{x_1^1}{1!} + \frac{x_1^2}{2!} \frac{1}{2} + \frac{x_2^1}{1!} + \frac{x_2^1}{1!} \frac{x_1^1}{1!} \frac{1}{2} + \frac{x_2^2}{2!} \frac{1}{2} \quad (98)$$

Уравнения мастера третьего рода

Master equations of the third kind

$${}_{r \neq 0}^{m} y_x^{s \neq 0 \& \neq r} \quad (99)$$

Корни мастер-уравнений ненулевого рода имеют два степенных ряда, ряд Тейлора и асимптотическое разложение. Правило выбора мастер-ряда для корней алгебраического трехчленного уравнения можно показать таблично.

The roots of master equations of nonzero genus have two power series, a Taylor series and an asymptotic expansion. The rule for choosing a master series for the roots of an algebraic three-term equation can be shown in a table.

$$Ay^a + By^b + Cy^c = 0 \quad (100)$$

$$a > b > c \quad (101)$$

$$y_{k,n} = v_{k,n} \cdot {}_{r_k}^{1,s_k} \left(\frac{-x_k}{r_k v_{k,n}} \right), v_{k,n} = e^{\frac{\ln|v_k| + i(\arg(-v_k) + 2\pi n)}{r}}, n \in Z \quad (102)$$

Таблица 3.

Формирование параметров мастера рядов

$r_0 = a - c$	$s_0 = b - c$	$V_0 = \frac{C}{A}$	$x_0 = \frac{B}{A}$	$D > T$
$r_1 = a - b$	$s_1 = c - b$	$V_1 = \frac{B}{A}$	$x_1 = \frac{C}{A}$	$D \leq T$
$r_2 = b - c$	$s_2 = a - c$	$V_2 = \frac{C}{B}$	$x_2 = \frac{A}{B}$	

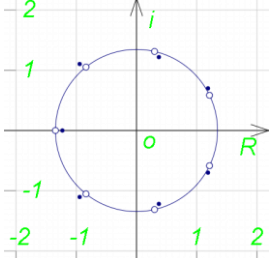
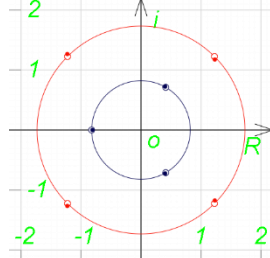
$$D = \frac{|A|^{b-c} \cdot |C|^{a-b}}{|B|^{a-c}}, T = \frac{|b-c|^{b-c} \cdot |a-b|^{a-b}}{|a-c|^{a-c}} \quad (103, 104)$$

Если $D > T$, то все корни трёхчлена можно получить через корни одного радикала

$v_{k,0} = {}^{a-c}\sqrt{-\frac{C}{A}}$. Иначе одна часть корней трёхчлена получается через корни радикала $v_{k,1} = {}^{a-b}\sqrt{-\frac{B}{A}}$, вторая часть корней через $v_{k,2} = {}^{b-c}\sqrt{-\frac{C}{B}}$.

Таблица 3.

Корни трёхчлена

$y^7 + 2y^3 + 8 = 0$ 	$y^7 + 9y^3 + 5 = 0$ 
$v_{k,0} = {}^7\sqrt{-\frac{8}{1}}$	$v_{k,1} = {}^4\sqrt{-\frac{9}{1}}, v_{k,2} = {}^3\sqrt{-\frac{5}{9}}$

На комплексной плоскости точками отмечены корни уравнения, а лунками отмечены корни радикала, которым пропорциональны соответствующие корни уравнения.



On the complex plane, the roots of the equation are marked by dots, and the roots of the radical to which the corresponding roots of the equation are proportional are marked by wells.

Если количество членов алгебраического уравнения больше 3, используется операция слияние.

If the number of terms in an algebraic equation is greater than 3, the merge operation is used.

$$y = (1 + rx_1y^{s_1} + rx_2y^{s_2} + \dots)^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{1} \cdot \sqrt[r]{\{S_1\}_{x_1}} @ \sqrt[r]{\{S_2\}_{x_2}} \dots = \sqrt[r]{1 \{S_1, S_2, \dots\}_{x_1, x_2, \dots}} = \sqrt[r]{1 \cdot S_1, S_2, \dots} = \sqrt[r]{x_1, x_2, \dots} \quad (105)$$

Операция слияние работает с любыми степенями многочлена, даже с комплексными. Чтобы получить любой корень уравнения, используются соответствующие корни r-степени от 1.

The merge operation works with any degree of the polynomial, even complex ones. To obtain any root of the equation, the corresponding r-roots of 1 are used. To obtain any root of the equation, the corresponding r-roots of 1 are used.

$$y_n = (1 + rx_1y_n^{s_1} + rx_2y_n^{s_2} + \dots)^{\frac{1}{r}} = v_n \cdot \sqrt[r]{x_1v_n^{s_1}x_2v_n^{s_2}\dots} \quad (106)$$

$$v_n = \sqrt[r]{1} = e^{\frac{2\pi ni}{r}}, n \in Z \quad (107)$$

Уравнения мастера I рода

Master equations of the first kind

$${}_0y_x^{s \neq 0} \quad (108)$$

$$y = xe^{sy} \quad (109)$$

Один из корней этого уравнения имеет следующее тождество с мастером.

One of the roots of this equation has the following identity with the master.

$$y = xe^{sy} = {}_0x^{s \cdot y} \quad (110)$$

$$y = x + \frac{x^2}{2}(2s) + \frac{x^3}{3!}(3s)(3s) + \frac{x^4}{4!}(4s)(4s)(4s) + \dots, |esx| < 1 \quad (111)$$

$$\text{Lambert}W_0(x) = {}_0x^{-1} \quad (112)$$

$${}_0x^s = \frac{\text{Lambert}W_0(-sx)}{-s} \quad (113)$$

Ряд сходится, если $|esx| < 1$ или $|sx| < 1/e$. Для уравнений мастера второго и третьего рода радиус сходимости тоже не бесконечен. Но для каждого из них найдено правило, которое позволяет получить любой корень с помощью мастера, даже за пределами области сходимости, используя асимптотические разложения. Для уравнений мастера первого рода и соответственно для функции Ламберта такое правило пока не найдено.

The series converges if $|esx| < 1$ or $|sx| < 1/e$. For the master equations of the second and third kind, the radius of convergence is also not infinite. But for each of them, a rule has been found that allows one to obtain any root using the master, even outside the convergence region, using asymptotic expansions. For the master equations of the first kind and, accordingly, for the Lambert function, such a rule has not yet been found.

Известно одно асимптотическое разложение функции Ламберта. Но как выполнять операцию слияние над таким разложением, науке пока неизвестно.

One asymptotic expansion of the Lambert function is known. But how to perform the fusion operation on such an expansion is still unknown to science.

$$\text{Lambert}W(x) = L_1 - L_2 + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^l \left[\begin{smallmatrix} l+j \\ l+1 \end{smallmatrix} \right]_{L_2}^j}{j! L_1^{l+j}} \quad (114)$$

Где $\left[\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix} \right]$ – неотрицательное число Стирлинга первого рода



Таблица 4

Первые числа Стирлинга со знаком:

n\k	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	0	1					
2	0	-1	1				
3	0	2	-3	1			
4	0	-6	11	-6	1		
5	0	24	-50	35	-10	1	
6	0	-120	274	-225	85	-15	1

$$\text{Для } \text{Lambert}W_0(x), L_1 = \ln(x), L_2 = \ln \ln(x) \quad (115)$$

$$\text{Для } \text{Lambert}W_{-1}(x), L_1 = \ln(-x), L_2 = \ln(-\ln(-x)) \quad (116)$$

$$W(x) = L_1 - L_2 + \frac{L_2}{L_1} + \frac{L_2(-2+L_2)}{2L_1^2} + \frac{L_2(6-9L_2+2L_2^2)}{6L_1^3} + \frac{L_2(-12+36L_2-22L_2^2+3L_2^3)}{12L_1^4} + \dots \quad (117)$$

Это асимптотическое разложение можно записать через кварк мастера $!_q$.

This asymptotic expansion can be written in terms of the master quark $!_q$

$$\text{Lambert}W(x) = L_1 - L_2 - R \sum_{t=1}^{\infty} \frac{R!_t^0}{(-L_1)^t}, R = \frac{L_2}{L_1} \quad (118)$$

$$W(x) = L_1 - L_2 + \frac{R}{L_1} - \frac{R}{L_1^2}(-R+1) + \frac{R}{L_1^3}(-R+1)(-2R+1) - \frac{R}{L_1^4}(-R+1)(-2R+1)(-3R+1) + \dots \quad (119)$$

В такой формуле числа Стирлинга первого рода со знаком получаются сами, не нужно их предварительно вычислять.

Now the Stirling numbers of the first kind with a sign are obtained automatically, there is no need to calculate them in advance.

$$W(x) = L_1 - L_2 + \frac{R}{L_1} - \frac{R(-R+1)}{L_1^2} + \frac{R(2R^2-3R+1)}{L_1^3} - \frac{R(-6R^3+11R^2-6R+1)}{L_1^4} + \dots \quad (120)$$

Кварк мастера $!_q$ – это такая форма записи мастер-числа $m_{r!t}^s$, где величина «t» задаётся неявно, и её значение должно быть определено. Если левых индексов нет, значит, определение ещё не завершено, и вместо правых индексов (s и t) стоят другие величины. Справа внизу (вместо параметра t) располагается обозначение масти кварков. Кварки разных мастей нельзя объединять в одно мастер-число. Справа вверху (вместо параметра s) остаётся место для обычного возведения в степень.

The master quark $!_q$ is a form of writing the master number $m_{r!t}^s$ where the value of "t" is given implicitly and must be defined. If there are no left indices, then the definition is not yet complete, and instead of the right indices (s and t) there are other values. At the bottom right (instead of the t parameter) is the designation of the quark suit. Quarks of different suits cannot be combined into one master number. At the top right (instead of the s parameter) there is space for the usual raising to a power.

По умолчанию, все параметры мастера, которому принадлежат кварки, равны 1. Если нужно использовать кварки мастера с другими параметрами, это указывается следующим образом.

By default, all parameters of the master to which the quarks belong are equal to 1. If you want to use quarks of a master with different parameters, this is specified as follows.

$$!_q \in m_{r!t}^s \quad (121)$$



Если не указывается, какому мастер-числу принадлежат кварки, значит, это кварки обычного факториала. Мы не сможем узнать, от какого числа надо брать факториал, пока не перемножим все кварки одного факториала. Известно только, что если факториал состоит из t кварков, то только тогда $!_q^t = \frac{1!}{1!} = t!$. Другими словами, $!_q^t = t!$, только если $!_q^t$ не будет больше умножаться на q -кварки $!_q$.

If it is not specified to which master number the quarks belong, then these are quarks of the usual factorial. We will not be able to know from which number we should take the factorial until we multiply all the quarks of one factorial. It is only known that if the factorial consists of t quarks, then only then $!_q^t = \frac{1!}{1!} = t!$. In other words, $!_q^t = t!$, only if $!_q^t$ will not be multiplied by q quarks $!_q$ anymore.

Чтобы узнать, сколько кварков содержит каждый факториал, нужно раскрыть все скобки.

To find out how many quarks each factorial contains, you need to expand all the brackets.

$$R(-6R^3 + 11R^2 - 6R + 1) = -6R^4 + 11R^3 - 6R^2 + 1R \quad (122)$$

Больше это выражение на кварки умножаться не будет, поэтому теперь можно делать замену.

This expression will no longer be multiplied by quarks, so now we can make the substitution.

$$R^t = \left(\frac{L_2}{!_q}\right)^t = \frac{L_2^t}{t!} \quad (123)$$

В предыдущем примере, в формуле с обычными факториалами, одна бесконечная итерация вложена в другую бесконечную итерацию. На вычисление чисел Стирлинга тоже требуется время.

In the previous example, in the formula with ordinary factorials, one infinite iteration is nested inside another infinite iteration. Calculating Stirling numbers also takes time.

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^l \left[\begin{smallmatrix} l+j \\ l+1 \end{smallmatrix} \right] L_2^j}{j! L_1^{l+j}} \quad (124)$$

Использование кварков ускоряет алгоритм.

Using quarks speeds up the algorithm.

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_q^{1,0} L_2}{!_q (-L_1)^t} \quad (125)$$

$$!_q \cdot !_q = !_q^2 \quad (126)$$

$$!_q^2 \cdot !_q^3 = !_q^{2+3} = !_q^5 \quad (127)$$

$$(!_q)^n = !_q^n \quad (128)$$

$$(!_q^t)^n = !_q^{tn} \quad (129)$$

Если выражение, окутанное одной кварковой туманностью, надо умножить на выражение, окутанное другой кварковой туманностью, эти разные туманности нужно обозначить огорождением туманов.

If an expression enveloped by one quark fog is to be multiplied by an expression enveloped by another quark fog, these different fogs must be designated by a fog fence.

$$\left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_1^{1,0} L_2}{!_1 (-L_1)^t} \right)^{!,1} \left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_1^{1,0} L_2}{!_1 (-L_1)^t} \right)^{!,1} = \left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_1^{1,0} L_2}{!_1 (-L_1)^t} \right)^{!,2} \quad (130)$$

$$\left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_1^{1,0} L_2}{!_1 (-L_1)^t} \right)^{!,2} \left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_1^{1,0} L_2}{!_1 (-L_1)^t} \right)^{!,3} = \left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{L_2 / !_1^{1,0} L_2}{!_1 (-L_1)^t} \right)^{!,5} \quad (131)$$

В степени над туманом должно быть обозначение последовательности операций. Восклицательный знак перед степенью обозначает, что сперва нужно получить факториалы из кварков, а только потом возводить в степень.



The degree above the fog should indicate the sequence of operations. The exclamation mark before the degree means that you first need to get factorials from quarks, and only then raise to the power.

Если выражение с кварками спрятать в переменную

If the expression with quarks is hidden in a variable

$$\text{LambertW}(x) = L_1 - L_2 - \sum_{t=1}^{\infty} \frac{R \cdot \frac{1}{t!}}{(-L_1)^t}, R = \frac{L_2}{1!} \quad (132)$$

то достаточно запомнить всего одно правило. Если R ещё будет умножаться на R, то пока ещё нельзя делать замену $R = \frac{L_2}{1!}$

then it is enough to remember only one rule. If R will also be multiplied by R, then it is not yet possible to make a substitution $R = \frac{L_2}{1!}$

В этом случае тоже нельзя забывать ограждать разные туманности, если надо будет их умножать друг на друга.

In this case, too, one must not forget to fence off different nebulae if it is necessary to multiply them by each other.

$$\left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{R \cdot \frac{1}{t!}}{(-L_1)^t} \right)^{!} \left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{R \cdot \frac{1}{t!}}{(-L_1)^t} \right)^{!} = \left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{R \cdot \frac{1}{t!}}{(-L_1)^t} \right)^{!,2} \quad (133)$$

Если масть всего одна, её можно не обозначать $R = \frac{L_2}{1!}$. Кварк можно обозначать неявно. Восклицательный знак после знака «=» означает, что вначале надо объединить все кварки, только потом делать замену.

If there is only one suit, it may not be indicated $R = \frac{L_2}{1!}$. Quark may be indicated implicitly. The exclamation mark after the "=" sign means that all quarks must be combined first, and only then the replacement can be made.

$$R^t = !, \frac{L_2^t}{t!} \quad (134)$$

Если краткая форма записи кварка $!_q^t$ вызывает путаницу в данном контексте, можно использовать полную форму обозначения кварка $q^{!}_t$. Здесь восклицательный знак в левом верхнем индексе показывает, что определение количества кварков ещё не завершено. Масть кварка стоит в левом нижнем индексе, количество накопленных кварков – в правом нижнем индексе.

If the short form of quark $!_q^t$ causes confusion in a given context, the full form of quark notation $q^{!}_t$ can be used. Here, the exclamation mark in the left upper index indicates that the determination of the number of quarks is not yet complete. The quark suit is in the left lower index, and the number of accumulated quarks is in the right lower index.

Рассмотрим уравнение ${}_0 y_x^{s \neq 0}$

$$y = e^{xy^s} = {}_{0:s}^1 \quad (135)$$

$$y = 1 + x + \frac{x^2}{2}(1 + 2s) + \frac{x^3}{3!}(1 + 3s)^2 + \frac{x^4}{4!}(1 + 4s)^3 + \dots, |esx| < 1 \quad (136)$$

Мастера ${}_{0:s}^1$ и ${}_{0:s}^0$ являются sr-напарниками. Они отличаются только значением левого надстрочного индекса m.

Masters ${}_{0:s}^1$ and ${}_{0:s}^0$ are sr-partners. They differ only in the value of m.

$${}_{0:s}^1 = e^{{}_{0:s}^0} \quad (137)$$

$$s \cdot {}_{0:s}^0 = {}_{0:sx}^0 \quad (138)$$

$$\left({}_{0:s}^1 \right)^s = {}_{0:sx}^1 \quad (139)$$

$$x \left({}_{0:s}^1 \right)^s = {}_{0:s}^0 \quad (140)$$



$$\frac{1,1}{0 \cdot x} = \frac{0, x}{0 \cdot 1} \quad (141)$$

Тождества есть и между дробями разных корней разных sr-напарников.

There are also identities between fractions of different roots of different sr-partners.

$$\frac{\text{Master:}_1(0;s;0;x)}{\text{Master:}_0(0;s;0;x)} = \left(\frac{\text{Master:}_1(1;s;0;x)}{\text{Master:}_0(1;s;0;x)} \right)^s \quad (142)$$

Один из корней уравнений m_0y имеет простейшее тождество.

$$y = v e^{x_1 y^{s_1} + x_2 y^{s_2} + \dots} = v \cdot \frac{1, s_1, s_2, \dots}{0 \cdot x_1 v^{s_1}, x_2 v^{s_2}, \dots} \quad (143)$$

$$y = e^z \quad (144)$$

$$e^z = v e^{x_1 e^{z s_1} + x_2 e^{z s_2} + \dots} = v \cdot \frac{1, s_1, s_2, \dots}{0 \cdot x_1 v^{s_1}, x_2 v^{s_2}, \dots} \quad (145)$$

$$z = \ln v + x_1 e^{s_1 z} + x_2 e^{s_2 z} + \dots = \ln v + \frac{0, s_1, s_2, \dots}{0 \cdot x_1 v^{s_1}, x_2 v^{s_2}, \dots} \quad (146)$$

$$y = x \cdot \cos(sy) = \frac{x \cdot e^{syi} + x \cdot e^{-syi}}{2} = \frac{0, si, -si}{0 \cdot x/2, x/2} \quad (147)$$

Заключение

Можно вместо обозначения $\neq r$ использовать обозначение $\neq$. Тогда мастер-ряды 3го рода можно обозначать коротко $\frac{1, \theta \& \neq}{r \neq 0 \cdot x}$

Список литературы:

1. LXIX Международная научно-практическая конференция (Россия, г. Новосибирск, 22 ноября 2023 г.) <https://sibac.info/conf/technology/60/307058>
2. Universum 2024 1(118) DOI - 10.32743/UniTech.2024.118.1.16645 <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/16645>
3. LXXIII Научные конференции СибАк март <https://sibac.info/conf/technology/64/321228>
4. Конкурс «Научный прорыв 2024». <https://naukaip.ru/wp-content/uploads/2024/03/K-611.pdf>
5. «Флагман науки», март 2024. https://flagmannauki.ru/files/314-Berezin_Sergey_Viktorovich_1477.pdf
6. «Флагман науки», апрель 2024. https://flagmannauki.ru/files/415-Berezin_Sergey_Viktorovich_1611.pdf
7. Проблемы научно-практической деятельности. Поиск и выбор перспективных решений: сборник статей международной научной конференции (Вологда, май 2024). <https://disk.yandex.ru/d/UTwHLpYezLHGxQ>
8. «Флагман науки», июнь 2024. https://flagmannauki.ru/files/617-Berezin_Sergey_Viktorovich_2144_2.pdf
9. «Флагман науки», январь 2025 https://flagmannauki.ru/files/124-Berezin_Sergey_Viktorovich_2955.pdf
10. «Флагман науки», январь 2025 План Циолковского https://flagmannauki.ru/files/124-Berezin_Sergey_Viktorovich_2961.pdf
11. «Флагман науки», март 2025 https://flagmannauki.ru/files/326-Berezin_Sergey_Viktorovich_3262.pdf

2025.04.15

