

Герасимов Кирилл Александрович, студент,
Альметьевский государственный технологический
университет “Высшая школа нефти”

Пичугина Дарья Юрьевна, студентка,
Альметьевский государственный технологический
университет “Высшая школа нефти”

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ НЕФТЕПРОМЫСЛОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Аннотация. Применяются методы теории вероятностей для оценки надежности нефтепромыслового оборудования. На примере насоса ЭЦН построены модели отказов по Пуассону и Вейбуллу. Рассчитаны вероятности безотказной работы за месяц. Показано, что модель Вейбулла точнее описывает износ оборудования.

Ключевые слова: Теория вероятностей, надежность, ЭЦН, распределение Пуассона, распределение Вейбулла, безотказная работа.

Математическая модель отказов оборудования

Под **отказом** будем понимать событие, при котором оборудование перестает выполнять заданные функции. Основная характеристика – **вероятность безотказной работы** $P(t)$ – вероятность того, что за время t отказ не произойдет.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ – условная плотность вероятности отказа в момент t при условии, что до этого отказа не было [1, с. 215]. Вид функции $\lambda(t)$ определяет выбор распределения.

Распределение Пуассона. Предполагая постоянную интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \lambda = const$$

Вероятность ровно k отказов за время t задается формулой [5, с. 142]:

$$P(X = k) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} \quad (1)$$

Вероятность безотказной работы ($k = 0$):

$$P(t) = e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Числовые характеристики:

- Математическое ожидание числа отказов: $M = \lambda t$
- Дисперсия: $D = \lambda t$
- Среднее квадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{\lambda t}$

Модель применима для периода нормальной эксплуатации, когда износ еще не проявляется.

Распределение Вейбулла. Интенсивность отказов зависит от времени:

$$\lambda(t) = \alpha \beta t^{\beta-1}, t > 0 \quad (3)$$

Где $\alpha > 0$ – масштабный параметр, $\beta > 0$ – параметр формы.

Вероятность безотказной работы [2, с. 87]:

$$P(t) = e^{-(\alpha t)^\beta} \quad (4)$$

Частные случаи:

- $\beta = 1$ – экспоненциальное распределение (Пуассон)
- $\beta > 1$ – интенсивность растет (износ, старение)



- $\beta < 1$ – интенсивность падает (период переработки)

Математическое ожидание наработки до отказа:

$$M = \frac{1}{\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (5)$$

Где Γ – гамма-функция.

Дисперсия:

$$D = \frac{1}{\alpha^2} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right] \quad (6)$$

Для оборудования с износом ($\beta > 1$) модель Вейбулла предпочтительнее пуассоновской.

Числовые характеристики и исходные данные

Рассматривается электроцентробежный насос (ЭЦН) – типовое оборудование для механизированной добычи нефти.

Исходные данные:

- Средняя наработка на отказ $T_0 = 300$ суток [3, с. 45].
- Интенсивность отказов для модели Пуассона:
- $\lambda = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{300} = 0,00333 \text{ сут}^{-1}$
- Рассматриваемый период: $t = 30$ суток
- Параметры распределения Вейбулла (типовые для изнашивающегося оборудования): $\alpha = 0,01, \beta = 1,5$ [4, с. 107].

Расчет для распределения Пуассона. Произведение λt :

$$\lambda t = 0,00333 * 30 = 0,1$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-0,1} = 0,9048 \text{ (90,5\%)}$$

Математическое ожидание числа отказов за месяц:

$$M = \lambda t = 0,1$$

Дисперсия:

$$D = \lambda t = 0,1, \sigma = \sqrt{0,1} = 0,316$$

Интерпретация: за месяц в среднем происходит 0,1 отказа, вероятность проработать месяц без отказа – 90,5%.

Расчет для распределения Вейбулла. Вычисляем $(\alpha\beta)^\beta$:

$$\alpha t = 0,01 * 30 = 0,3$$

$$(\alpha\beta)^\beta = (0,3)^{1,5} = 0,1643$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-0,1643} = 0,8485 \text{ (84,9\%)}$$

Сравнение: модель Вейбулла дает на 5,6% более низкую оценку надежности, чем модель Пуассона, что объясняется учетом износа ($\beta > 1$).

Результаты и их анализ

Для наглядного сравнения рассчитаны значения $P(t)$ для обоих распределений при различных временах эксплуатации.

Таблица 1.

Сравнение вероятности безотказной работы.

Время t , сут	$P_{\text{Пуассон}}(t)$	$P_{\text{Вейбулл}}(t)$
1	0,9967	0,9990
10	0,9672	0,9684
30	0,9048	0,8485



60	0,8187	0,6480
100	0,7165	0,4350
200	0,5134	0,1250

Методика расчета:

- Для Пуассона: $P(t) = e^{-0,00333t}$
- Для Вейбулла: $P(t) = e^{-(0,01t)^{1,5}}$

Анализ полученных результатов. До 10 суток обе модели дают близкие значения. Для краткосрочных прогнозов выбор распределения не критичен.

На интервале 30-60 суток расхождение становится существенным:

- При $t = 30$ сут: разница 5,6%
- При $t = 60$ сут: разница 17,1%

После 100 суток модель Пуассона завышает надежность в 1,6 раза по сравнению с моделью Вейбулла. Использование экспоненциального закона для изнашивающегося оборудования приводит к грубым ошибкам.

Практический вывод. Для оборудования, работающего более одного месяца, необходимо применять распределение Вейбулла с параметром формы $\beta > 1$. В противном случае расчетный межремонтный период окажется завышенным, что повышает риск аварий.

Список литературы:

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.
2. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьёв А.Д. Математические методы в теории надёжности: Основные характеристики надёжности и их статистический анализ. – 3-е изд., стер. – М.: URSS, 2024. – 584 с.
3. Шайдаков В.В., Ямалиев В.У., Костиловский В.А. и др. Дефекты скважинных установок электроцентробежного насоса: Учеб. пособие. – М.; Вологда: Инфра-Инженерия, 2021. – 120 с.
4. Лисин Ю.В., Аралов О.В. Применение метода количественного прогнозирования отказов оборудования на примере отраслевой системы оценки соответствия ПАО «Транснефть» // Нефтяное хозяйство. – 2017. – № 10. – С. 106–109.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник. – 4-е изд., стер. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

