

Гудков Александр Геннадьевич,  
канд. техн. наук, доцент,  
Вологодский государственный университет  
Gudkov Alexander Gennadievich,  
Vologda State University

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ В КОЛЛЕКТОРАХ MODELING OF NONUNIFORM FLOW IN SEWERS

**Аннотация.** Представлена усовершенствованная методика моделирования неравномерного течения сточной воды в безнапорных канализационных трубопроводах. Обоснована возможность увеличения пропускной способности трубопровода при наличии свободного излива в конце участка. С целью упрощения инженерных вычислений в рамках данной методики подобрана простая аппроксимирующая зависимость степенного типа.

**Abstract.** An improved method for modeling the uneven flow of wastewater in unpressurized sewer pipelines is presented. The possibility of increasing the pipeline capacity is justified if there is a free outlet at the end of the section. In order to simplify engineering calculations, a simple approximating dependence of a power type has been selected within the framework of this method.

**Ключевые слова:** Коллектор, канализация, моделирование, неравномерное течение.

**Keywords:** Collector, sewer, modeling, non-uniform flow.

### Введение

Моделирование и расчет бытовых, производственных и дождевых наружных водоотводящих сетей обычно ведется исходя из гипотезы безнапорного равномерного потока воды. Неравномерностью движения, которая местами все же проявляется (что ведет к заиливанию и другим осложнениям), в расчетах часто сознательно пренебрегают [1-6]. Однако равномерность движения стока нарушается неровностями дна, изменениями уклонов, трансформацией формы и сечения канала или трубы, а также резкими колебаниями расходов. Медленно меняющееся неравномерное течение характерно для следующих ситуаций [7]:

- на участке истечения из коллектора в водоем или резервуар с уровнем ниже (кривая спада) либо выше (кривая подпора) отметки жидкости в трубе;
- перед ливнесбросами и разделительными узлами;
- перед резервуаром насосной станции и т.д.

На конечных участках сети пренебрегать неравномерным движением, как правило, нельзя. В расчетном эксплуатационном режиме насосной станции перед приемным резервуаром на концевом отрезке коллектора наблюдается кривая спада. В работе [7] отмечается, что важно использовать аккумулялирующую способность подводящих трубопроводов, поднимая уровень сточных вод в них от кривой спада до отметки свободной поверхности, соответствующей равномерному потоку с постоянной расчетной скоростью.

На данный момент сети водоотведения практически не поверяют на неравномерное движение из-за большой сложности таких вычислений, однако необходимость в этом есть. (Однако прямое построение кривой свободной поверхности в коллекторах не имеет существенного практического смысла).

Задачи настоящего исследования заключаются в уточнении методологии определения пропускной способности канализационных трубопроводов в условиях неравномерного движения жидкости, а также в разработке расчетных зависимостей, графических материалов и таблиц, ориентированных на применение в проектно-конструкторской практике.



### Методы и принципы исследования

Решения уравнения неравномерного движения в трубопроводах. Рассматривается вариант подключения коллектора с круглым сечением к канализационной насосной станции (КНС) со свободным изливом сточных вод в приемный резервуар. Исходные данные для математического моделирования течения включают: известный расход  $Q$ , диаметр  $D$ , уклон трубопровода  $i_0$  и протяженность участка коллектора, примыкающего к КНС. Для труб круглого сечения, представляющих собой цилиндрические каналы замкнутого профиля, геометрические характеристики – площадь живого сечения  $\omega$ , смоченный периметр  $\chi$  и ширина потока поверху  $B$ , выражаются следующими формулами:

$$\omega = D^2(\beta - \sin \beta)/8; \chi = D \cdot \beta/2; B = D \cdot \sin(\beta/2), \quad (1)$$

где  $a$  – степень наполнения коллектора, равная  $h/D$ ;  $h$  – глубина жидкости;  $\beta$  – угол сегмента смоченного периметра:

$$\beta = 2 \arccos(1 - 2a). \quad (2)$$

Значение модуля расхода определим с использованием формулы Шези:

$$K = \omega C \sqrt{R}, \quad (3)$$

где  $C$  – коэффициент Шези;  $R$  – гидравлический радиус, равный отношению  $\omega/\chi$ .

При учете исключительно геометрических параметров круглого сечения гидравлический радиус может быть вычислен следующим образом:

$$R = \frac{D}{4} \cdot \left(1 - \frac{\sin \beta}{\beta}\right). \quad (4)$$

Перейдем к новым безразмерным величинам:

$$K^* = K/K_{\Pi}; \quad Q^* = Q/Q_{\Pi}, \quad (5)$$

где  $Q_{\Pi}$  – расход при наполнении коллектора, равном 1;  $K_{\Pi}$  – модуль расхода при этом наполнении:

$$K_{\Pi} = \frac{1}{8} \pi D^{5/2} C_{\Pi}, \quad (6)$$

здесь  $C_{\Pi}$  – коэффициент Шези при полном наполнении.

Принимая, что:

$$i_0 = Q_{\Pi}^2 / K_{\Pi}^2, \quad (7)$$

установившееся течение в призматических каналах и трубопроводах, имеющих прямой уклон дна, описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$i_0 \frac{dl}{D} = \frac{K^{*2} \left(1 - \alpha \frac{Q^2 B}{g \omega^3}\right)}{K^{*2} - Q^{*2}} da, \quad (8)$$

где  $l$  – расстояние между двумя сечениями коллектора;  $\alpha$  – корректив кинетической энергии.

В работах [8, 9] путем численного интегрирования уравнения (8) с привлечением формулы Н. Н. Павловского для коэффициента Шези были построены номограммы и составлены расчетные таблицы. Полученные результаты позволили обосновать возможность повышения пропускной способности трубопровода относительно расхода, соответствующего равномерному режиму, при наличии свободного излива или перепада в конечном сечении.

Для характеристики геометрического подобия определим следующий безразмерный симплекс:

$$\Gamma_0 = i_0 l / D. \quad (9)$$

Тогда требуемая функциональная зависимость, представленная в безразмерных переменных, будет выглядеть так:

$$\Gamma_0 = f(Q^*, a_{\kappa}), \quad (10)$$

где  $a_{\kappa}$  – наполнение трубопровода в конце участка.

Для корректировки пропускной способности были введены следующие упрощения:



– коэффициент Шези определяется не по Н. Н. Павловскому, а по обобщенной степенной формуле А. Д. Альтшуля [10], которая универсальна для разных зон сопротивления:

$$C = 25 \left( \frac{R}{(80n)^6 + \frac{0,025}{\sqrt{R \cdot i_f}}} \right)^{1/6}, \quad (11)$$

где  $n$  – коэффициент шероховатости (0,013-0,014);  $i_f$  – уклон трения;

– гидравлический радиус  $R$  берется не из формальной геометрии круглой трубы (4), а из эмпирических зависимостей (см. ниже);

– скорость потока также оценивается не по формуле Шези, а эмпирически.

*Влияние наполнения труб на скорость, гидравлический радиус и расход.*

Экспериментальные данные [7, 8] показывают, что при наполнении трубопровода свыше 0,6 весь поток допустимо условно разделить на две зоны: нижнюю – до половины сечения трубы, и верхнюю, заключенную между боковыми стенками, свободной поверхностью и горизонтальной плоскостью, проходящей по оси трубы. Распределение скоростей в обеих зонах соответствует картине течения в полностью заполненном трубопроводе, а средняя скорость потока оказывается равной скорости при полном заполнении. В этих условиях гидравлический радиус перестает зависеть от степени наполнения.

На графике, представленном на рисунке 1, изображены предлагаемые в [9] зависимости относительных величин – скорости  $v/v_{\Pi}$ , расхода  $Q/Q_{\Pi}$  и гидравлического радиуса  $R/R_{\Pi}$  от степени наполнения трубопровода  $a = h/d$ . Здесь  $v_{\Pi}$ ,  $R_{\Pi}$  – обозначают соответственно скорость и гидравлический радиус при полностью заполненной трубе.

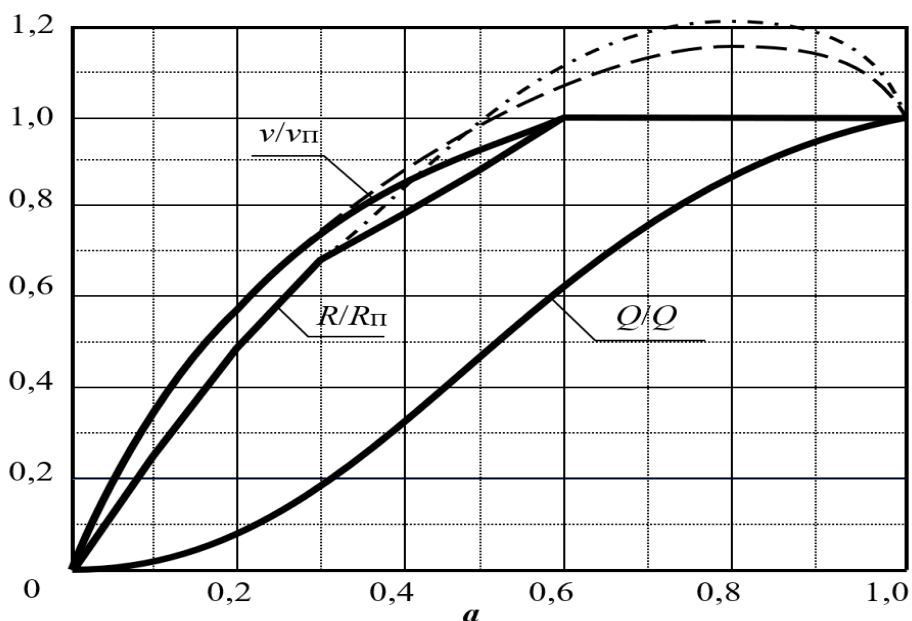


Рисунок 1. Экспериментальные зависимости относительной скорости, гидравлического радиуса и пропускной способности трубопровода при безнапорном течении

Пунктирными линиями на рисунке 1 показаны кривые  $R/R_{\Pi}$ , построенные по формуле (4) и  $v/v_{\Pi}$  по формуле Шези. При полностью заполненном сечении расход  $Q_{\Pi}$  допустимо определять как для напорного режима при заданном уклоне, что открывает возможность применения универсальных подходов к моделированию и расчету как напорных, так и безнапорных трубопроводов.



### Основные результаты

Расчет и аппроксимация пропускной способности трубопровода при неравномерном течении. Данные рисунка 1 по гидравлическому радиусу и скорости были интерполированы кубическими сплайнами и использованы в дальнейших вычислениях. Численный эксперимент по формулам (1–8, 11) проводился с помощью пакета компьютерной математики. Решение уравнения (8) дало серию кривых при разных  $Q^* = Q/Q_{\text{п}}$  (рисунок 2) и таблицы для определения пропускной способности труб диаметрами 250-4000 мм (таблица 1).

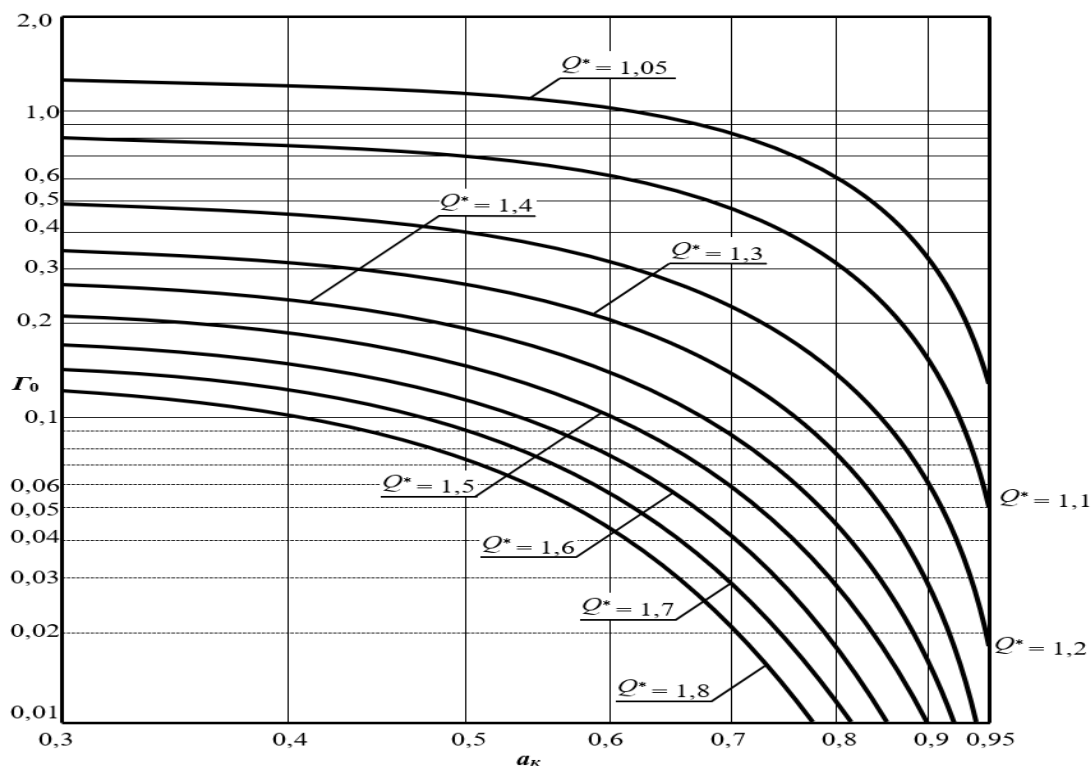


Рисунок 2. Графики для определения пропускной способности трубопровода в режиме полного наполнения при свободном истечении в резервуар

Таблица 1

Зависимость пропускной способности  $Q$  от внутреннего диаметра трубопровода  $D$  для участка длиной  $L$  со свободным изливом

$D=700$ мм		Уклон $i$ , тысячные											
		1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9		
$Q_{\text{полн}}$ , л/с →		267, 4	327, 8	378, 7	464, 2	536, 2	599, 6	657, 0	709, 7	758, 8	804, 9		
$a_k^*$	$Q$ , л/с	Длина участка $L$ , м											
0,95	<b>1255</b>	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1		
0,9	<b>1015</b>	1,9	2,0	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0	3,4	3,9	4,6		
0,85	<b>869,5</b>	4,2	4,5	4,7	5,3	6,1	7,1	8,6	10,8	14,5			
0,8	<b>756,7</b>	8,2	8,8	9,5	11,2	13,8	17,8	25,3	44,7			$Q$ , л/с	$a_k$
0,75	<b>660,8</b>	14,8	16,3	18,0	23,1	32,2	54,1	280			99,4	<b>596,0</b>	0,6



0,7	<b>575,5</b>	25,9	29,5	34,2	50,7	104				67,1	54,9	<b>695,3</b>	0,65
0,65	<b>498,0</b>	45,2	54,5	68,9					42,1	35,9	31,3	<b>803,5</b>	0,7
0,6	<b>426,9</b>	81,2					41,5	28,7	22	19,7	17,8	<b>922,6</b>	0,75
					34,2	22,8	17,2	13,8	11,5	10,6	9,9	<b>1057</b>	0,8
			19,9	14	10,9	8,9	7,5	6,5	5,7	5,4	5,1	<b>1214</b>	0,85
		5,9	4,9	4,2	3,7	3,3	3	2,7	2,5	2,4	2,3	<b>1418</b>	0,9
		1,1	1,1	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1	<b>1752</b>	0,95
		114	108	101	938,	856,	765,	662,	540,	468,	381,	← $Q_{полн}$ , л/с	
		9	4	3	1	2	6	8	9	2	9	<b>D=800 мм</b>	
		9	8	7	6	5	4	3	2	1,5	1		
Уклон $i$ , тысячные													

\* $a_k$  – наполнение трубопровода в конце, доли

Дополнительно изучалась возможность получения аппроксимирующей зависимости для упрощенного расчета пропускной способности коллектора. При подборе аппроксимации требовалось, чтобы значения, вычисленные по приближенной формуле, совпадали с результатами численного интегрирования (8) не менее чем на 90–95%. Также важным фактором являлось удобство итоговой формулы в инженерной практике.

По итогам сравнительного анализа различных типов функций (степенной, показательной, логарифмической, гиперболической, экспоненциальной) для аппроксимации зависимости (10) выбрана степенная:

$$G_0 = k_0 - k_1 \left( 1 + \frac{k_2}{a_k^{k_3}} \right)^{-0,5} \quad (12)$$

где  $k_0, k_1, k_2, k_3$  – коэффициенты регрессии.

Коэффициенты регрессии рассчитывались по методу наименьших квадратов с поиском минимума суммы квадратов разностей, для каждого соотношения расходов  $Q^*$  – таблица 2. Сравнение результатов, рассчитанных по уравнению (8) и формуле (12), показали хорошее совпадение в диапазоне наполнений трубопровода 0,4...0,95. Средняя ошибка аппроксимации  $\bar{\varepsilon}$  не превысила 1,44 %.

Коэффициенты регрессии определялись методом наименьших квадратов путем минимизации суммы квадратов отклонений для каждого из соотношений расходов  $Q^*$  (таблица 2). Сопоставление результатов, полученных численным интегрированием уравнения (8) и по аппроксимирующей формуле (12), продемонстрировало их хорошее согласование в интервале наполнений трубопровода 0,3-0,95. Средняя погрешность аппроксимации  $\bar{\varepsilon}$  не превысила 1,44 %.

Таблица 2

Коэффициенты регрессии для формулы (12)

Относительный расход $Q^*$	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	Средняя ошибка $\bar{\varepsilon}$ , %
1,05	1,288	2,639	3,370	5,758	0,79
1,1	0,836	1,462	1,835	5,403	0,41
1,2	0,522	0,787	1,192	4,849	0,82
1,3	0,397	0,545	1,015	4,892	0,92
1,4	0,308	0,423	0,908	4,567	1,05



1,5	0,254	0,340	0,852	4,508	1,21
1,6	0,210	0,284	0,844	4,574	1,28
1,7	0,174	0,240	0,814	4,578	1,29
1,8	0,143	0,206	0,781	4,303	1,44

### Обсуждение

Проиллюстрируем предлагаемую методику моделирования на примере инженерного расчета. Рассматривается участок коллектора дождевой канализации протяженностью  $l = 100$  м от последнего узлового колодца до КНС. Расчетный расход дождевых стоков принят равным  $Q = 180$  л/с. Необходимо подобрать диаметр  $D$  и уклон  $i_0$  коллектора (полное заполнение вначале) с учетом неравномерного режима течения и ограничения по минимально допустимой скорости потока.

Задавшись отношением расходов  $Q^* = 1,4$  и конечным наполнением  $a_k = 0,6$ , по графику на рисунке 2 определяем соответствующее значение геометрического симплекса:  $\Gamma_0 = 0,14$ . По формуле (9) определяем отношение  $i_0/D = \Gamma_0/l = 0,14 / 100 = 0,0014$ .

Назначаем диаметр коллектора  $D = 0,5$  м, тогда приемлемый уклон составляет  $i_0 = 0,0014 * 0,5 = 0,0007$ . Для сопоставления: согласно расчетным таблицам [8, с. 398], при том же уклоне в условиях равномерного движения потребовался бы коллектор диаметром не менее 0,6 м.

### Заключение

В рамках настоящего исследования получены следующие результаты:

- скорректированы и уточнены расчетные графики и таблицы для оценки пропускной способности самотечных трубопроводов с учетом неравномерности потока;
- разработана аппроксимирующая зависимость степенного вида, существенно упрощающая вычисления;
- найдены значения регрессионных коэффициентов, дающие высокую точность в широком интервале наполнений.

### Список литературы:

1. Лукиных, А. А. Таблицы для гидравлического расчета канализационных сетей и дюкеров по формуле акад. Н. Н. Павловского: справочное пособие/ А. А. Лукиных, Н. А. Лукиных. – 8-е изд. – Москва: БАСТЕТ, 2014. – 423 с.
2. Добромислов, А. Я. Таблицы для гидравлических расчетов трубопроводов из полимерных материалов. Том 2. Безнапорные трубопроводы / А. Я. Добромислов. – Москва: ВНИИМП, 2004. – 128 с.
3. Карелин, Я. А. Таблицы для гидравлического расчета канализационных сетей из пластмассовых труб круглого сечения: справочное пособие/ Я. А. Карелин, В. Н. Яромский, О. Я. Евсеева. – Москва: Стройиздат, 1986. – 53 с.
4. Идельчик, И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И. Е. Идельчик; под редакцией М. О. Штейнберга. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Машиностроение, 1992. – 671 с.
5. Федоров, Н. Ф. Гидравлический расчет канализационных сетей. (Расчетные таблицы) / Н. Ф. Федоров, Л. Е. Волков. – 4-е испр. изд. – Ленинград: Стройиздат, 1968. – 252 с.
6. Willi H. Hager (2010). Wastewater Hydraulics: Theory and Practice, Springer: Berlin, Heidelberg, 652 p.
7. Курганов, А. М. Закономерности движения воды в дождевой и общесплавной канализации / А. М. Курганов. – Москва: Стройиздат, 1982. – 72с.



8. Курганов, А. М. Справочник по гидравлическим расчетам систем водоснабжения и канализации / А. М. Курганов, Н. Ф. Федоров. – Ленинград: Стройиздат, 1973. – 408 с.

9. Алексеев, М. И. Гидравлический расчет сетей водоотведения. Часть 1. Закономерности движения жидкости / М. И. Алексеев, Ф. В. Кармазинов, А. М. Курганов. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 1997. – 128 с.

10. Альтшуль, А. Д. Гидравлические сопротивления / А. Д. Альтшуль. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Недра, 1982. – 224 с.

