

Калинин Тимофей Александрович, Студент,
Санкт-Петербургский Горный Университет императрицы Екатерины II
Kalinin Timofey Aleksandrovich,
St. Petersburg Mining University of Empress Catherine II

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРИТОКА ГАЗА,
ИСПОЛЬЗУЯ ФУНКЦИЮ ЛЕЙБЕНЗОНА
EXAMPLE OF SOLVING A GAS INFLOW PROBLEM
USING THE LEIBENZON FUNCTION

Аннотация. В статье рассматривается применение функции Лейбензона для расчета параметров фильтрации газа. Приведены математические зависимости для прямолинейно-параллельного, плоско-радиального и радиально-сферического потоков идеального и реального газов. В качестве практического применения представлен пример решения.

Abstract. The article discusses the application of the Leibenzon function for calculating gas filtration parameters. Mathematical dependencies for rectilinear-parallel, plane-radial, and radially-spherical flows of ideal and real gases are presented. An example of a solution is provided as a practical application.

Ключевые слова: Функция Лейбензона, фильтрация газа, идеальный газ, дебит скважины, приток газа, закон Дарси.

Keywords: Leibenzon function, gas filtration, ideal gas, well flow rate, gas inflow, Darcy's law.

Функция Лейбензона

При фильтрации газа плотность изменяется при изменении давления, следовательно, объемный расход непостоянный, а увеличивается по мере снижения давления. Для расчета фильтрации используется функция Лейбензона, физический смысл которой заключается в следующем: функция Лейбензона – это интегральная функция давления, которая при подстановке ее в уравнение, справедливое для фильтрации жидкости, делает их справедливыми для фильтрации газа.

$$\tilde{P} = \int \rho(P)dP + C, \quad (1)$$

где \tilde{P} – функция давления, имеющая название функция Лейбензона, Па; $\rho(P)$ – зависимость плотности флюида от давления, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; C – константа интегрирования.

$$Q^V = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{P_K - P_2}{l} \cdot F, \quad (2)$$

где Q^V – объемный приток жидкости к скважине, $\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$; k – коэффициент проницаемости пласта, м^2 ; μ – динамическая вязкость жидкости, Па·с; P_K – давление на контуре питания, Па; P_2 – давление галереи, Па; l – длина галереи, м; F – площадь сечения галереи.

$$Q_m = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{P_K - P_2}{l} \cdot F \cdot \rho(P), \quad (3)$$

где Q_m – массовый приток жидкости к скважине, $\frac{\text{кг}}{\text{с}}$.

$$\int_{P_2}^{P_K} \rho(P)dP = \int_0^l \frac{Q_m \cdot \mu}{k \cdot F} dx, \quad (4)$$



$$\int_{P_2}^{P_k} \rho(P) dP = \frac{Q_m \cdot \mu \cdot l}{k \cdot F}, \quad (5)$$

$$Q_m = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\int_{P_2}^{P_k} \rho(P) dP}{l} \cdot F, \quad (6)$$

где $\int_{P_2}^{P_k} \rho(P) dP = \tilde{P}_k - \tilde{P}_2$, \tilde{P}_k – значение функции Лейбензона на контуре питания, Па; \tilde{P}_2 – значение функции Лейбензона на галерее стока, Па.

Идеальный газ

$$V_1 \cdot P_1 = V_2 \cdot P_2, \quad (7)$$

где V_1 и V_2 – объемы газа при соответствующих давления P_1 и P_2 (Па), м³.

$$\frac{V_1 \cdot P_1}{m} = \frac{V_2 \cdot P_2}{m} \Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} = \frac{P_{am}}{\rho_{am}} = \frac{P}{\rho(P)} \Rightarrow \rho(P) = \frac{\rho_{am}}{P_{am}} \cdot P, \quad (8)$$

где m – пористость пласта, д. ед.; ρ_1 и ρ_2 – плотности газа при соответствующих давления P_1 и P_2 , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; ρ_{am} – плотность газа при атмосферном давлении, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; P_{am} – атмосферное давление, Па.

$$\tilde{P} = \int \rho(P) dP = \int \frac{\rho_{am}}{P_{am}} \cdot P dP = \frac{\rho_{am}}{P_{am}} \cdot \frac{P^2}{2} + C, \quad (9)$$

Формула (9) – функция Лейбензона для фильтрации идеального газа.

Реальный газ

$$\frac{V_1 \cdot P_1}{z_1} = \frac{V_2 \cdot P_2}{z_2}, \quad (10)$$

$$\frac{P_{am}}{\rho_{am} \cdot z_{am}} = \frac{P}{\rho(P) \cdot z(P)} \Rightarrow \rho(P) = \frac{\rho_{am} \cdot z_{am}}{P_{am} \cdot z(P)} \cdot P, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \int \rho(P) dP = \int \frac{\rho_{am} \cdot z_{am}}{P_{am} \cdot z(P)} \cdot P dP = \frac{\rho_{am} \cdot z_{am}}{P_{am}} \cdot \int \frac{P}{z(P)} dP \\ &= \frac{\rho_{am} \cdot z_{am}}{P_{am} \cdot z_{cp}} \cdot \int P dP = \frac{\rho_{am} \cdot z_{am}}{P_{am} \cdot z_{cp}} \cdot \frac{P^2}{2} + C, \end{aligned} \quad (12)$$

Формула (12) – функция Лейбензона для фильтрации реального газа, Па; где

$$z_{cp} = \frac{z_{nl} + z_c}{2}, \quad (13)$$

где z_{cp} – среднее значение коэффициента сверхсжимаемости; z_{nl} – значение коэффициента сверхсжимаемости в пластовых условиях; z_c – значение коэффициента сверхсжимаемости на забое скважины.

Прямолинейно-параллельная фильтрация газа

$$\tilde{P} = \frac{\rho_{am}}{P_{am}} \cdot \frac{P^2}{2} + C, \quad (14)$$

$$Q_{жс}^V = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_2}{l} \cdot F, \quad (15)$$

где $Q_{жс}^V$ – объемный приток жидкости к скважине, $\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$.

$$Q_{жс}^m = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_2}{l} \cdot F \cdot \rho, \quad (16)$$

где $Q_{жс}^m$ – массовый приток жидкости к скважине, $\frac{\text{кг}}{\text{с}}$.

$$Q_2^m = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\tilde{P}_k - \tilde{P}_2}{l} \cdot F, \quad (17)$$



где Q_2^m – массовый приток газа к скважине, $\frac{кг}{с}$.

$$Q_2^m = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\frac{\rho_{ам}}{P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2}{2} + C_1 - \frac{\rho_{ам}}{P_{ам}} \cdot \frac{P_2^2}{2} - C_2}{l} \cdot F = \frac{k \cdot \rho_{ам}}{2 \cdot \mu \cdot P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_2^2}{l} \cdot F, \quad (18)$$

где C_1 и C_2 – константы интегрирования.

Формула (18) (Q_2^m) – массовый приток газа к галерее стока при прямолинейно-параллельной фильтрации газа, $\frac{кг}{с}$.

$$Q_2^{ам} = \frac{k}{2 \cdot \mu \cdot P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_2^2}{l} \cdot F, \quad (19)$$

Формула (19) ($Q_2^{ам}$) – объемный, приведенный к атмосферному давлению, приток газа к галерее стока при прямолинейно-параллельной фильтрации газа, $\frac{м^3}{с}$.

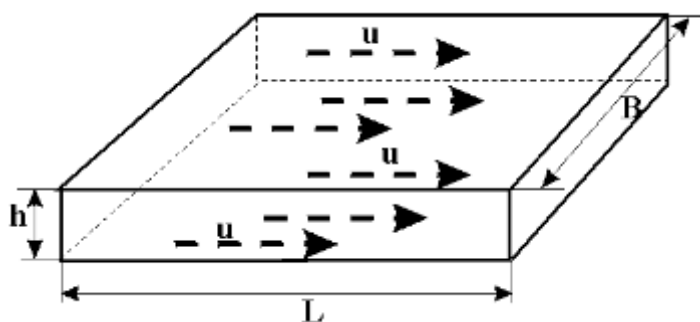


Рисунок 1. Схема прямолинейно-параллельного потока в пласте

Плоско-радиальная фильтрация газа

$$Q_{жс}^V = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_c}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}, \quad (20)$$

где R_k – радиус контура питания, м; r_c – радиус скважины, м; P_c – забойное давление скважины, Па; h – толщина пласта, м.

$$Q_{жс}^m = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h \cdot \rho}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_c}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}, \quad (21)$$

$$Q_2^m = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h}{\mu} \cdot \frac{\tilde{P}_k - \tilde{P}_c}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}, \quad (22)$$

где \tilde{P}_c – значение функции Лейбенсона на забое скважины, Па.

$$Q_2^m = \frac{\pi \cdot k \cdot h \cdot \rho_{ам}}{\mu \cdot P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_c^2}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}, \quad (23)$$

Формула (23) (Q_2^m) – массовый приток газа к скважине при плоско-радиальной фильтрации газа, $\frac{кг}{с}$.

$$Q_2^{ам} = \frac{\pi \cdot k \cdot h}{\mu \cdot P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_c^2}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}, \quad (24)$$



Формула (24) (Q_2^{am}) – объемный, приведенный к атмосферному давлению, приток газа к скважине при плоско-радиальной фильтрации газа, $\frac{м^3}{с}$.

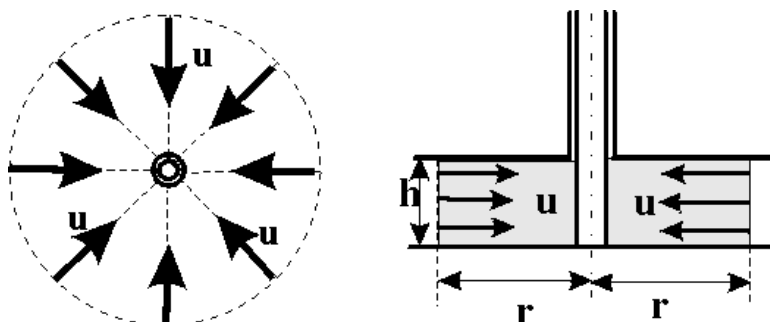


Рисунок 2. Схема плоско-радиального потока в пласте

Радиально-сферическая фильтрация газа

$$Q_{жс}^V = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot r_c}{\mu} \cdot (P_k - P_c), \quad (25)$$

$$Q_{жс}^m = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot r_c \cdot \rho}{\mu} \cdot (P_k - P_c), \quad (26)$$

$$Q_2^m = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot r_c}{\mu} \cdot (\tilde{P}_k - \tilde{P}_c), \quad (27)$$

$$Q_2^m = \frac{\pi \cdot k \cdot r_c \cdot \rho_{am}}{2 \cdot \mu \cdot P_{am}} \cdot (P_k^2 - P_c^2), \quad (28)$$

Формула (28) (Q_2^m) – массовый приток газа к скважине при радиально-сферической фильтрации газа, $\frac{кг}{с}$.

$$Q_2^{am} = \frac{\pi \cdot k \cdot r_c}{2 \cdot \mu \cdot P_{am}} \cdot (P_k^2 - P_c^2), \quad (29)$$

Формула (29) (Q_2^{am}) – объемный, приведенный к атмосферному давлению, приток газа к скважине при радиально-сферической фильтрации газа, $\frac{м^3}{с}$.

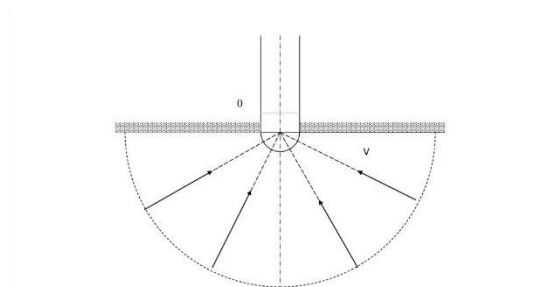


Рисунок 3. Схема радиально-сферического потока

Пример решения задачи притока газа, используя функцию Лейбензона

Определить объемный, приведенный к атмосферному давлению, и массовый дебиты совершенной газовой скважины, считая, что фильтрация происходит по закону Дарси, если толщина пласта $h = 25 м$, коэффициент проницаемости пласта $k = 0,25 мкм^2$, динамический коэффициент вязкости газа $\mu = 0,014 мПа \cdot с$, плотность газа в нормальных условиях $\rho_{am} = 0,650 \frac{кг}{м^3}$, радиус скважины $r_c = 0,1 м$, расстояние до контура питания $R_k = 900 м$, абсолютные



давления на забое скважины $P_c = 2,94 \text{ МПа}$ и на контуре питания $P_k = 3,92 \text{ МПа}$, газ считать идеальным.

Дано:

$$h = 25 \text{ м};$$

$$k = 0,25 \text{ мкм}^2;$$

$$\mu = 0,014 \text{ мПа} \cdot \text{с};$$

$$\rho_{ам} = 0,650 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$r_c = 0,1 \text{ м};$$

$$R_k = 900 \text{ м};$$

$$P_c = 2,94 \text{ МПа};$$

$$P_k = 3,92 \text{ МПа};$$

$$Q_2^m - ?$$

$$Q_2^{ам} - ?$$

Решение:

$$Q_{жс}^V = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_c}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}$$

$$Q_{жс}^m = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h \cdot \rho}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_c}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}$$

$$Q_2^m = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h}{\mu} \cdot \frac{\tilde{P}_k - \tilde{P}_c}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}$$

$$Q_2^m = \frac{\pi \cdot k \cdot h \cdot \rho_{ам}}{\mu \cdot P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_c^2}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 0,25 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 0,650}{0,014 \cdot 10^{-3} \cdot 101325} \cdot \frac{(3,92 \cdot 10^6)^2 - (2,94 \cdot 10^6)^2}{\ln\left(\frac{900}{0,1}\right)}$$

$$= 6,64 \frac{\text{кг}}{\text{с}};$$

$$Q_2^{ам} = \frac{\pi \cdot k \cdot h}{\mu \cdot P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_c^2}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} = \frac{3,14 \cdot 0,25 \cdot 10^{-12} \cdot 25}{0,014 \cdot 10^{-3} \cdot 101325} \cdot \frac{(3,92 \cdot 10^6)^2 - (2,94 \cdot 10^6)^2}{\ln\left(\frac{900}{0,1}\right)}$$

$$= 10,22 \frac{\text{м}^3}{\text{с}};$$

Ответ: $Q_2^m = 6,64 \frac{\text{кг}}{\text{с}}; Q_2^{ам} = 10,22 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$

Список литературы:

1. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.
2. Основы подземной нефтегазогидромеханики: учебное пособие/ Л. Д. Савинкова; Оренбургский гос.ун-т. – Оренбург, 2017. -176 с.
3. Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика: Учебное пособие для вузов. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 544 с.
4. Куштанова Г.Г. Подземная гидромеханика. Учебно-методическое пособие для магистрантов физического факультета по направлению «Радиофизические методы по областям применения»/ Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников. – Казань: Изд-во Казан. (Приволж.) федер. ун-та, 2010, 67 с. – ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ.

