Поздняков Никита Михайлович,
Магистрант,
Тверской государственный технический университет,
г. Тверь

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СИМВОЛИЧЕСКИМ МЕТОДОМ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И АЛГОРИТМЫ

Аннотация: В статье рассмотрены теоретические предпосылки и практические направления расчетного метода с использованием аппарата комплексных чисел. Актуальность исследования определяется значимостью эффективной передачи производимой электроэнергии, активным внедрением векторных структур в инструменты искусственного интеллекта, перспективами для разработки алгоритмов динамических расчетов цепей разной сложности.

Ключевые слова: комплексные числа, характеристики цепей, алгоритмы.

Введение. Для работы промышленных и бытовых устройств (системы автоматического управления, передача информации, компьютеры, наушники, свет в домах) необходима электрическая энергия. Использование переменного тока позволяет сделать более простой конструкцию электродвигателей, понизить колебания напряжения, обеспечить высокие мощности. Переменный ток, дает возможность передавать энергию на значительные расстояния, так как легко поддается изменению напряжения. По своей сущности, это вынужденные колебания в электрических сетях. Его основными параметрами определены: амплитуда колебаний, период, частота, фаза. Задача по расчету основных характеристик (ток, напряжение, сопротивление) с использованием мгновенных значений требует значительных электронных и временных ресурсов.

Основы теории переменных токов, заложенные К. Штейнмецом и развитые советским академиком Миткевичем В.Ф [2,3], базируются на символическом методе. Его преимуществом является возможность учитывать наличие фазовых сдвигов между током и напряжением в катушках индуктивности, конденсаторах. Математический инструментарий символического метода составляют операции с комплексными числами.

Цель статьи: представить базовые теоретические предпосылки и показать варианты практической реализации символического метода. Актуальность определяется высокой скоростью развития цифровых технологий, в том числе в быту (импеданс наушников, определяющий качество звука и совместимость между устройствами, есть сопротивление переменному току). Активным внедрением векторных структур в инструменты искусственного интеллекта.

Методы. Методология исследования имеет в основе учет свойств цепей переменного тока, а также преемственность классических законов Ома и Кирхгоффа на комплексной плоскости [1-3]. Изучена литература по расчетам электрических цепей переменного тока [4,5], по специальным методам (метод комплексных амплитуд, анализ фазовых сдвигов) [6-8]. Проанализированы разделы высшей математики: векторная алгебра, системы координат, элементы теории комплексных чисел, с позиций области исследований [9-11].

Обсуждение и результаты. Теория комплексных чисел дает возможность снизить объем расчетов и, одновременно, проводить анализ резонансов, фазовых сдвигов, импедансов. Сутью рассматриваемого метода является тождественная по времени замена непрерывно изменяющихся во времени основных параметров цепи (ток, ЭДС и т.д.), экспоненциальными функциями. Например, синусоидальное напряжение будет иметь вид вращающегося вектора на комплексной оси, а амплитуда примет значение модуля этого вектора. Вектор содержит информацию, как о текущем значении величины (модуль), так и о начальной фазе. Амплитуда, учитывающая начальную фазу в показательной форме, имеет вид $\cdot \dot{A_m} = A_m \cdot e^{j\omega}$. При практических расчетах используют действующее значение $\dot{A} = \frac{\dot{A_m}}{\sqrt{2}}$. С информационных позиций векторная величина является совокупностью сразу двух параметров.

Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа дает возможность учесть фазовые сдвиги между током и напряжением в элементах сети. В силу традиций в электротехнике ток обозначается символом «*i*», также как мнимая единица в математике. В комплексной форме записи электротехнических величин применяют символ «*j*». Отдельно отметим, что и закон Ома, и два закона Кирхгоффа в комплексном варианте имеют тот же вид, как для цепей постоянного тока, но входящие в них величины представлены в комплексной форме. В качестве примера приведем импеданс (Z – совокупное омическое сопротивление, конденсатор плюс катушка индуктивности). Общее сопротивление Z – комплексное число в алгебраической форме. Тогда закон Ома примет, по сути, традиционный вид: $ZU = ZI = (r + L\omega j) \cdot I$, где r – омическое сопротивление, L – индуктивность, ω – частота, U – напряжение, I – ток.

Для расчета сложных цепей сопротивление имеет смысл представлять суммой действительной (активное) и мнимой (реактивное) частей. При выполнении перехода на комплексную плоскость следует четно применять: действия (сложение, вычитание, умножение и деление); уметь найти модуль и аргумент комплексного числа; построить полученный вектор; владеть способами записи в тригонометрической и показательной формах.

Проиллюстрируем символический метод на примере расчета сопротивления цепи переменного тока с выделением случаев последовательного и параллельного соединения. На рис.1 представлена схема, для которой рассчитывается искомое сопротивление.

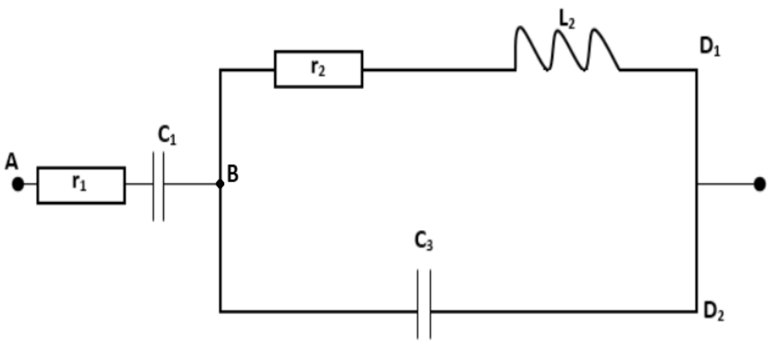

Рис.1. Схема заданной цепи.

Исходные данные модельного решения: r_1 = 5 Ом, r_{c1} = 15 Ом, r_2 = 12 Ом, r_{l2} = 16 Ом, r_{c3} = 10 Ом. В цепи присутствуют активные (резисторы) и реактивные (индуктивности и конденсаторы) элементы. Рассмотрим участки цепи. На участке *AB* обозначим Z_1, которое можно записать комплексным числом. Оно состоит из двух независимых величин: активной r_1 и реактивной r_{c1}, зависящей от частоты тока и емкости конденсатора: $r_{c1} = \frac{1}{\omega \cdot C1}$, где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота, f – частота гармонического колебания.

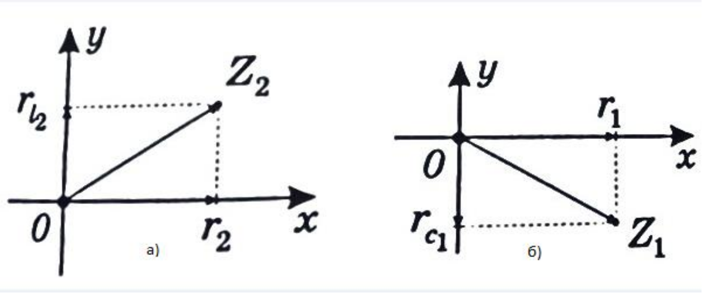

Рис. 2 Расположение векторов емкостного и реактивного сопротивлений.

Получим выражения в алгебраической форме:

$$Z_1 = (r_1; r_{c1}) = r_1 - r_{c1}i. \tag{1}$$

Знак минус показывает, что вектор емкостного сопротивления отстает от вектора реактивного сопротивления на $\frac{\pi}{2}$ (рисунок 2б). На участке BD1 имеем

$$r_{l2} = \omega \cdot L_2, \tag{2}$$

Аналогично

$$r_{c3} = \frac{1}{\omega \cdot C3}. \tag{3}$$

Однако, индуктивное сопротивление опережает активное сопротивление на $\frac{\pi}{2}$ (рисунок 2а), поэтому:

$$Z_2 = (r_2; r_{l2}) = r_2 + r_{l2}i = r_2 + \omega L_2 i. \tag{4}$$

На участке BD2 присутствует только емкостное сопротивление $Z_3 = -r_{c3}$. С учетом исходных данных рассчитаем:

$$Z_1 = 5 - 15i \text{ Ом},\ Z_2 = 12 + 16i \text{ Ом},\ Z_3 = -10i \text{ Ом}. \tag{5}$$

Случай параллельного соединения:

$$Z_{2-3} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}, \tag{6}$$

для вычисления применим операции умножения, сложения и деления комплексных чисел.

$$Z_{2-3} = \frac{(12+16i)\,(-10i)}{12+16i-10i} = \frac{160-12i}{2+16i} = \frac{80-6i}{91+8i} = \frac{(80-6i)\,(1+8i)}{1-8i^2} = \frac{80-48-488i}{9} = \frac{32-688i}{9}\ (\text{Ом}) \tag{7}$$

Случай последовательного соединения, по правилам сложения комплексных чисел, получим:

$$Z_{1-3} = Z_1 + Z_{2-3} = 5 - 15i + \frac{32-688i}{9}) = \frac{45 - 135i + 32 - 688i}{9} = \frac{77-823i}{9}\ (\text{Ом}) \tag{8}$$

В расчетных схемах переход от реальных гармонических колебаний к комплексным амплитудам, это построение математической модели на множестве комплексных чисел. Приведем пошаговый алгоритм расчета цепи с гармоническими токами, напряжениями и ЭДС. Выполняется два шага.

Шаг 1. Записываем все сопротивления (емкости и индуктивности, а также общее *Z*) в комплексной форме. По закону Ома находим ток в комплексной форме.

Шаг 2. Определяем комплексные напряжения на каждом элементе и проверяем выполнение равенства (закон Кирхгоффа):

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C + \dot{U}_{r_1} + \dot{U}_{r_2}. \tag{9}$$

В качестве итогового обобщения представим алгоритм символического метода для расчета цепей переменного тока.

1. Построение комплексной схемы, путем замены мгновенных значений токов, напряжений и сопротивлений их комплексными выражениями.

2. На построенной схеме выбираем направления токов в ветвях.

3. Выбирается адекватный метод решения для построенных комплексных уравнений и находим значения искомых величин в комплексном виде.

4. Выполняем обратные преобразования с целью получения мгновенных значений характеристик рассчитываемой сети.

Выводы. Совершенствование подходов к построению расчетных схем параметров электрических цепей имеет важное значение с точки зрения эффективности использования производимой электроэнергии. Так, например, при некотором соотношении емкости и индуктивности, можно приблизить условия передачи энергии к резонансным режимам и достичь значения коэффициента мощности близкого к единице. При низких значениях коэффициента мощности нагрузка потребляет не всю генерируемую энергию, оставшаяся часть которой рассеивается на линиях электропередач. Следует искать новые и совершенствовать известные методики и подходы для компактного и эффективного по времени анализа и расчета электрических цепей.

Символический метод, состоящий в использовании аппарата комплексных числе упрощает расчетные схемы электрических цепей. Он позволяет тождественно переносить законы, формулы и методы из области постоянного тока на область переменного тока. Комплексное представление величин, характеризующих рассчитываемую цепь, обеспечивает замену графических методов решения на более точные алгебраические. Представление параметров цепей в векторной форме на комплексной плоскости обуславливает применение конформых отображений и раскрывает перспективы для разработки интеллектуальных алгоритмов динамических расчетов цепей разной сложности.

Список литературы:

1. Голубев А.Н., Мартынов В.А. Теоретические основы электротехники: Учеб. пособие. Иваново, 2011

2. Добротворский И.Н. Теория электрических цепей. М: Радио и связь, 1989

3. Чистоедов Л.А. Электротехника. М. Высшая школа, 1989

4.Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособие СПб.: Изд. «Лань», 2009

5.Сешу С. Балабанов Н. Анализ линейных электрических цепей. М.: Госэнергоиздат, 1963

6.Карабашев Г. П. Линейные электрические цепи синусоидального тока СПб.: Изд. «Лань», 2024.

7.Черевко А. И., Балакшина Л. В., Кузьмин И. Ю. Теоретические основы электротехники. М. Инфра-Инженерия 2024.

8.Голубев А.Н. Представление синусоидальных величин с помощью векторов и комплексных чисел [Электронный ресурс]: https://f.twirpx.link/files/science/117

9.Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М., 2009 г

10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., 2004 г.

11. Маркушевич А.И. Комплексные числа и конформные отображения. М.,1979