

УДК 622.831:519.6

Грищенко Дарья Павловна, магистратура,  
Сибирский государственный индустриальный университет  
Grishchenko Daria Pavlovna, Master's degree,  
Siberian State Industrial Univ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ СЛОИСТОГО МАССИВА ПРИ ОТРАБОТКЕ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ  
NUMERICAL MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE  
OF A LAYERED ROCK MASS IN COAL SEAM MINING**

**Аннотация.** В статье представлена методика численного моделирования напряженно-деформированного состояния слоистого массива горных пород в зоне влияния горной выработки. Рассмотрено сочетание аналитического матричного метода перехода и конечно-элементного моделирования в пакете Comsol Multiphysics. Приведены результаты моделирования распределения напряжений в многослойной среде до и после прокладки выработки. Показано, что учёт слоистости существенно изменяет характер концентрации напряжений, что имеет значение для автоматизации процессов управления горным давлением.

**Abstract.** This article presents a methodology for numerical modeling of the stress-strain state of a layered rock mass in the zone of influence of a mine working. A combination of the analytical matrix transition method and finite element modeling in the Comsol Multiphysics package is considered. The results of calculating the stress distribution in a multilayered medium before and after mining are presented. It is shown that accounting for layering significantly changes the nature of stress concentration, which is important for the automation of rock pressure management processes.

**Ключевые слова:** Напряжённо-деформированное состояние, слоистый массив, численное моделирование, метод конечных элементов, горная выработка.

**Keywords:** Stress-strain state, layered rock mass, numerical modeling, finite element method, mine working.

Многообразие горно-геологических условий залегания угольных пластов и увеличение глубины отработки требуют постоянного мониторинга и прогнозирования напряженно-деформированного состояния породных массивов [1; 2]. Развитие вычислительной техники позволяет использовать современные пакетные аналитические и численные методы, так, согласно работе [3], всестороннее применение этих методов для решения прикладных задач горной геомеханики способно обеспечить технологический прорыв в угледобывающей промышленности.

Целью работы является разработка методики учёта неоднородного слоистого массива, основанной на применении численных и аналитических методов, с последующей автоматизацией расчётов в специализированном программном обеспечении.

Проблемы, возникающие при отработке пластовых месторождений, говорят о необходимости развития геомеханики, которая охватывает изучение проявления горного давления в окрестности выработок различной формы [4; 5]. Существующие методы включают следующие группы: аналитические, численные и численно-аналитические. Как показано в работе [6], аналитические методы позволяют получать удобные для исследования выражения, но их применение ограничено для сложных слоистых сред. В качестве эффективного инструмента для решения задач теории упругости неоднородных сред зарекомендовал себя матричный метод [7; 8], его суть заключается в том, что связь между условиями на границах слоёв задаётся матрицами перехода. После её построения используются рекуррентные



формулы для расчёта вектора первого слоя, включающего продольные и поперечные смещения, а также нормальные и касательные напряжения. Согласно работе [9], несмотря на громоздкость матриц при большом количестве слоёв, матричные алгоритмы эффективно применяются для решения задач деформационного поведения слоисто-неоднородных сред.

В работе рассмотрена краевая задача о равновесии упругого слоя толщиной  $2h$  в условиях плоской деформации, нормальное сечение слоя представляет собой полосу. На границах полосы заданы нормальные и касательные напряжения. Применяя к уравнениям равновесия и обобщённому закону Гука преобразование Фурье, получена система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно образов перемещений, решение этой системы ищется в виде комбинации гиперболических функций. В результате получены формулы, связывающие образы Фурье перемещений с образами нормальных и касательных напряжений на границах полосы, что позволило построить матрицу перехода между слоями, и для двухслойного пакета, лежащего на упругом основании Винклера, получены аналитические выражения для нормальных и касательных напряжений в зоне контакта слоёв. Эти выражения зависят от отношений модулей сдвига, коэффициентов Пуассона слоёв и от относительной ширины нагрузки.

Для верификации аналитических моделей было выполнено конечно-элементное моделирование в программном пакете Comsol Multiphysics. В модуле «Геомеханика» расширены возможности прочностного анализа, что даёт возможность моделировать геомеханические материалы с учётом их слоистости и неоднородности.

Параметры горных пород, использованные в модели, представлены в таблице 1. Эти значения позволяют оценить средневзвешенный модуль Юнга и коэффициент Пуассона для массива в целом.

Таблица 1

Физико-механические свойства пород слоистого массива

Характерные пачки горных пород	Модуль Юнга, МПа	Коэффициент Пуассона
Песчаники	50900	0,10
Крупные алевролиты	42000	0,27
Мелкие алевролиты	34000	0,25
Каменный уголь	15000	0,15

Средневзвешенные значения составляют примерно 39400 МПа для модуля Юнга и 0,2 для коэффициента Пуассона, на основе этих данных была построена конечно-элементная модель. Геометрия модели включала два слоя, имитирующих непосредственную и основную кровлю, а также угольный пласт с прямоугольной выработкой. Согласно работе [10], для корректного моделирования неоднородных угольных целиков необходима тщательная подготовка исходных данных, включая параметры слоистости и контактные условия на границах слоёв. Граничные условия в разработанной модели задавались в виде смешанных ограничений: на верхней границе действовала равномерно распределённая нагрузка от вышележащих пород, на боковых границах – ограничение горизонтальных перемещений.

Расчёты проводились для двух состояний: до прокладки выработки и после её проведения, и это распределение носит монотонный характер, что соответствует действию только гравитационных сил. После создания выработки (рис. 1) происходит существенная перестройка поля напряжений.



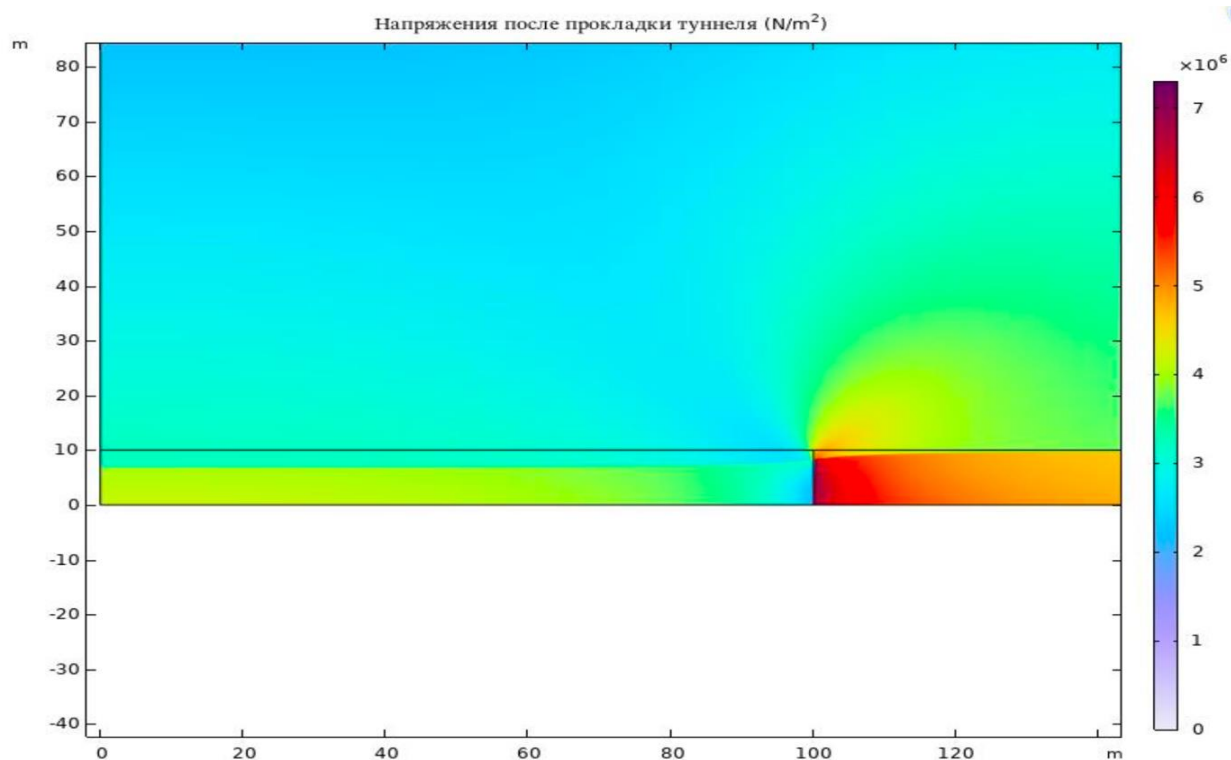


Рисунок 1. Напряжение после прокладки туннеля

В кровле выработки возникают зоны растягивающих напряжений, а в её боках – концентрация сжимающих напряжений. В однородной модели пиковые напряжения у контура выработки были занижены по сравнению с многослойной моделью, где чередование слоёв с разными модулями упругости приводит к дополнительной концентрации напряжений на границах раздела.

Согласно работе [11], численное моделирование методом конечных элементов позволяет оценивать напряженно-деформированное состояние углеродного массива при переходе очистным забоем, а полученные результаты согласуются с этими выводами. С практической точки зрения, предложенная методика может быть автоматизирована в рамках систем управления горным давлением. Параметры, полученные в результате численного моделирования, могут служить входными данными для систем автоматического мониторинга и поддержания выработок.

В результате выполненного исследования разработана методика оценки напряжённо-деформированного состояния неоднородного слоистого массива, основанная на применении аналитического матричного метода и численного метода конечных элементов в пакете Comsol Multiphysics. Показано, что матрица перехода позволяет эффективно описывать взаимодействие между слоями с различными упругими свойствами. Численное моделирование подтвердило, что учёт слоистости существенно влияет на характер распределения напряжений в зоне горной выработки. Полученные результаты могут быть использованы для автоматизации процессов проектирования параметров крепления и прогнозирования безопасных режимов ведения горных работ.

*Список литературы:*

1. Шемякин, Е. И. Прогнозирование и расчёт проявлений горного давления / Е. И. Шемякин. – Новосибирск, 1981. – 156 с.



2. Курленя, М. В. Теоретические основы определений напряжений в горных породах / М. В. Курленя, С. Н. Попов. – Новосибирск: Наука, 1983. – 97 с.
3. Фрянов, В. Н. Состояние и перспективы развития безопасной технологии подземной угледобычи / В. Н. Фрянов, Л. Д. Павлова. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. – 238 с.
4. Проскуряков, Н. М. Управление состоянием массива горных пород / Н. М. Проскуряков. – Москва: Недра, 1991.
5. Ставрогин, А. Н. Механика деформирования и разрушения горных пород / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. – Москва: Недра, 1992.
6. Господариков, А. П. Нелинейное деформирование слоистого породного массива с учетом обжатия по вертикали / А. П. Господариков. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный ин-т, 1999. – 127 с.
7. Шевляков, Ю. А. Матричные алгоритмы в теории упругости неоднородных сред / Ю. А. Шевляков. – Киев; Одесса: Вища школа, 1977.
8. Молотков, Л. А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах / Л. А. Молотков. – Москва: Наука, 1984.
9. Sarychev, V. D. Matrix method for layered media / V. D. Sarychev, S. A. Nevskii, V. E. Gromov // Materials Physics and Mechanics. – 2015. – Vol. 22. – P. 157.
10. Риб, С. В. Методика численного исследования напряженно-деформированного состояния неоднородных угольных целиков с применением современных компьютерных технологий / С. В. Риб, В. В. Басов // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. – 2015. – № 4 (14). – С. 22–26.
11. Риб, С. В. Численное моделирование методом конечных элементов напряженно-деформированного состояния углепородного массива при переходе очистным забоем передовой выработки / С. В. Риб, В. А. Волошин, В. Н. Фрянов, А. А. Максимов, Д. М. Борзых, А. М. Никитина // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2015. – № 3. – С. 414–422.

