

АНАЛИЗ ПРИЧИН ТВЕРДОТЕЛЬНОГО  
ВРАЩЕНИЯ ЯДРА ВИХРЯ  
ANALYSIS OF THE REASONS FOR THE SOLID STATE  
ROTATION OF THE VORTEX CORE

**Аннотация:** В жидкостях и газах большим расстояниям между частицами соответствуют меньшие силы притяжения. При увеличении радиусов траекторий расстояния между частицами вихря увеличиваются, а силы притяжения уменьшаются. На некотором расстоянии от оси вращения силы притяжения между ближайшими частицами в вихре становятся настолько малы, что не могут обеспечить движение с угловой скоростью движения частиц в ядре.

**Abstract:** In liquids and gases, larger distances correspond to smaller forces. With an increase in the radii of the trajectories, the distances between the particles of the vortex increase, and the forces of attraction decrease. At some distance from the axis of rotation, the forces of attraction between the nearest particles in the vortex become so small that they cannot provide movement with the angular velocity of particles in the core.

**Ключевые слова:** ядро вихря, модель вихря, силы притяжения в жидкости.

**Keywords:** vortex core, model of vortex, attractive forces in a fluid.

### Введение

Вихревое движение газов и жидкостей широко распространено в природе и используется в различных технологических процессах. Активно проводятся расчетно-теоретические [1-3] и экспериментальные [4,5] исследования строения, движения и взаимодействий разнообразных вихревых структур. Общим свойством ряда вихрей является наличие твердотельной центральной части, в которой частицы (атомы или молекулы) перемещаются как во вращающемся твердом теле. Во внешней области такого вихря чем больше расстояние от оси вращения до частицы, тем меньше ее линейная скорость. Центральная часть вихря – ядро, внешняя область – оболочка.

Вывод о движении частиц в ядре вихря, как в твердом теле, сделан на основании экспериментальных исследований. Целью данной работы является выявление причин такого движения частиц в жидкостных и газовых вихрях.

### Модель вихря

Простой и информативной моделью вихревого движения является цилиндрический вихрь Рэнкина [6, 7]. Траектория движения каждой частицы в этом вихре – окружность радиуса  $R$ . Плоскости, в которых находятся траектории частиц, перпендикулярны оси вращения. Ядро этого вихря совершает твердотельное вращение относительно прямолинейной оси с угловой скоростью  $\omega_0$  в цилиндрической области, радиус которой равен  $R_0$ . В оболочке вихря при увеличении радиусов траекторий  $R$  от  $R_0$  до бесконечности угловая скорость движения частиц  $\omega$  убывает от  $\omega_0$  до 0. Соотношение между угловыми  $\omega$  и линейными скоростями  $v$  в ядре вихря Рэнкина ( $R \leq R_0$ ) и в оболочке ( $R \geq R_0$ ):

$$\begin{aligned}(R \leq R_0): \omega &= \omega_0, v = \omega_0 R; \\(R \geq R_0): \omega &= \omega_0 R_0^2 / R^2, v = \omega_0 R_0^2 / R.\end{aligned}\tag{1,2}$$



### Модель жидкого состояния вещества

В работах [8, 9] представлена модель жидкости, на основании которой в данной статье объясняется: почему движение частиц в ядре вихря аналогично движению частиц вращающегося твердого тела.

Сила действия одной молекулы вещества на другую равна геометрической сумме сил притяжения и отталкивания. Силы притяжения между частицами конденсированного вещества больше сил отталкивания. На рис. 1 изображено, как меняется проекция  $F_x$  суммарной силы действия молекулы  $A$  на молекулу  $B$  при изменении расстояния  $x$  между центрами этих молекул. Центр молекулы  $A$  находится в начале координат, проекция силы отталкивания положительна, проекция силы притяжения отрицательна.

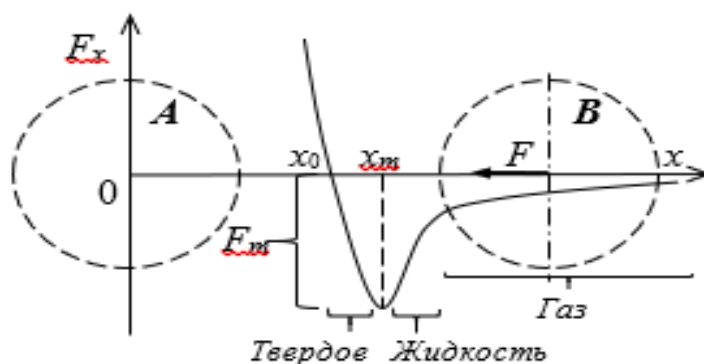


Рис. 1. Проекция на ось  $Ox$  суммарной силы действия молекулы  $A$  на молекулу  $B$

На расстоянии между центрами молекул, равном  $x_0$ , сила притяжения равна силе отталкивания и равнодействующая сил  $F_x$  равна нулю. При увеличении расстояния  $x$  между центрами молекул от  $x_0$  до  $x_m$  равнодействующая является силой притяжения и возрастает. Расстоянию  $x_m$  соответствует максимальный модуль силы притяжения  $F_m$  для рассматриваемой пары молекул. Если среднее расстояние между центрами любых двух соседних молекул в объеме конденсированного вещества находится в указанных пределах ( $x_0 < x < x_m$ ), то вещество пребывает в твердом состоянии. В этом случае большим расстояниям между центрами частиц соответствуют большие силы притяжения.

В случае  $x > x_m$  при увеличении расстояния между центрами молекул сила притяжения между частицами убывает. Если  $x$  превышает  $x_m$  на несколько процентов, то вещество является жидкостью. При значительном расстоянии между молекулами силы притяжения между ними малы и вещество находится в состоянии газа. В работах [8,9] показано, что в жидкостях и газах большим расстояниям между молекулами соответствуют меньшие силы притяжения.

### Взаимодействие частиц во вращающемся твердом теле

На рис. 2 условно изображены несколько частиц вращающегося твердого тела. Тело, состоящее из одинаковых частиц (молекул, атомов, ионов), вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и расположенной слева от изображенных девяти частиц на значительном расстоянии от них. Вращение тела происходит против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Частицу  $B$  окружают несколько ближайших частиц (1–8). Со стороны этих частиц первого (прилегающего) слоя на частицу  $B$  действуют значительные силы притяжения (изображены стрелками на рис. 2). Силами притяжения со стороны частиц второго и тем более третьего слоя окружения можно пренебречь, так как они очень малы.



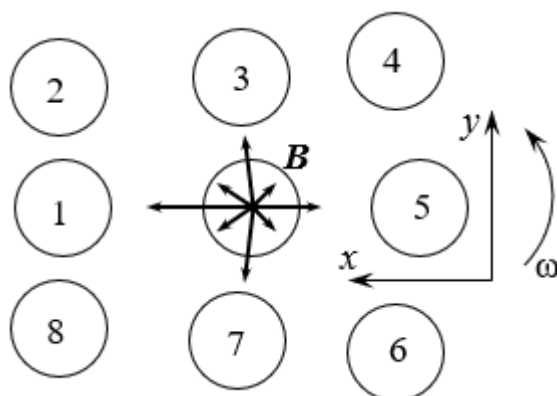


Рис. 2. Силы, действующие на частицу, во вращающемся твердом теле

В рассматриваемый момент времени линейная скорость частицы  $B$  направлена параллельно оси  $Oy$ . Вектор центростремительного ускорения этой частицы направлен к оси вращения и параллелен оси  $Ox$ . Следовательно, геометрическая сумма сил, действующих на частицу  $B$  со стороны окружающих ее частиц, направлена влево. Это означает, что сила притяжения частицей 1 больше, чем сила притяжения со стороны частицы 5. Соответственно, частицы 2 и 8 притягивают частицу  $B$  сильнее, чем частицы 4 и 6. В твердом веществе большие силы притяжения соответствуют большим расстояниям между частицами. Следовательно, расстояние между частицами 1 и  $B$  больше, чем расстояние между частицами  $B$  и 5. Чем ближе к оси вращения находятся атомы или молекулы вращающегося твердого тела, тем больше между ними расстояния (измеренные в радиальном направлении).

#### Модель вращающегося твердого тела

Если угловая скорость вращения твердого тела постоянна, то сумма проекций на ось  $Oy$  всех восьми сил, действующих на частицу  $B$ , равна нулю (рис. 2). Движение частиц по круговым траекториям во вращающемся теле определяется радиальными составляющими сил. Частицам вращающегося тела, расположенным вдоль одного радиуса, можно поставить в соответствие систему материальных точек, перемещающихся по окружностям, находящихся на одной прямой и связанных силами притяжения (рис. 3). Можно считать, что силы притяжения действуют только между соседними точками. Обозначения:  $F_i$  – сила притяжения между частицами с номерами  $i$  и  $i-1$ ;  $r_i$  – расстояние между частицами с номерами  $i$  и  $i-1$ .

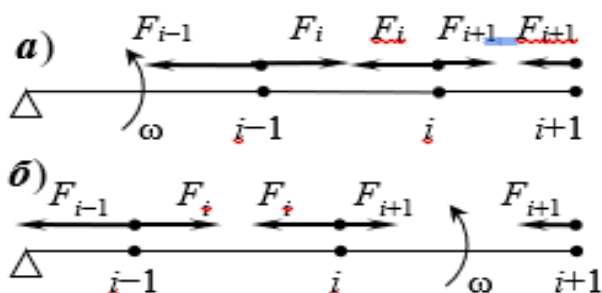


Рис. 3. Модель взаимодействия во вращающемся твердом теле (а) и ядре цилиндрического вихря (б)

На рис. 3 а большим расстояниям между материальными точками соответствуют большие силы притяжения:  $r_{i-1} > r_i > r_{i+1}$  и  $F_{i-1} > F_i > F_{i+1}$ . Эта система моделирует вращающееся твердое тело.



Вихревое ядро вращается как твердое тело, поэтому систему связанных точек можно использовать также в качестве модели ядра вихря. Но в жидкостях и газах большие силы притяжения соответствуют меньшим расстояниям между молекулами (рис. 1). Поэтому в ядре вихря силы притяжения между молекулами, расположенными ближе к оси вращения – большие, а расстояния между этими частицами – маленькие. Чем ближе к оси вращения находятся молекулы ядра вихря, тем меньше расстояния между ними. На рис. 3 б в системе материальных точек, моделирующей ядро вихря, меньшим расстояниям между точками соответствуют большие силы притяжения:  $r_{i-1} < r_i < r_{i+1}$  и  $F_{i-1} > F_i > F_{i+1}$ .

Для вышеописанных моделей (рис. 3) проведены расчеты движения и взаимодействия материальных точек при различных параметрах систем.

#### Расчет для модели твердого тела

На рис. 4 приведены результаты одного из расчетов для модели, изображенной на рис.3 а. Исходные данные для расчета: шесть материальных точек; угловая скорость вращения  $\omega = 1,08 \text{ с}^{-1}$ ; максимальный радиус траектории точки 1,5 м; сила притяжения между точками пропорциональна расстоянию между ними:  $F_i = k \cdot r_i$ . Рассчитаны: расстояния  $r_i$  между соседними точками; радиус траектории  $R_i$  каждой точки; модуль силы притяжения  $F_i$  между точкой с номером  $i$  и точкой с номером  $i - 1$ ; модуль равнодействующей силы для каждой материальной точки  $F_{\Sigma i} = F_i - F_{i+1} = m\omega^2 R_i$ . Расчеты проведены численным методом на основании второго закона Ньютона для движения материальной точки по окружности.

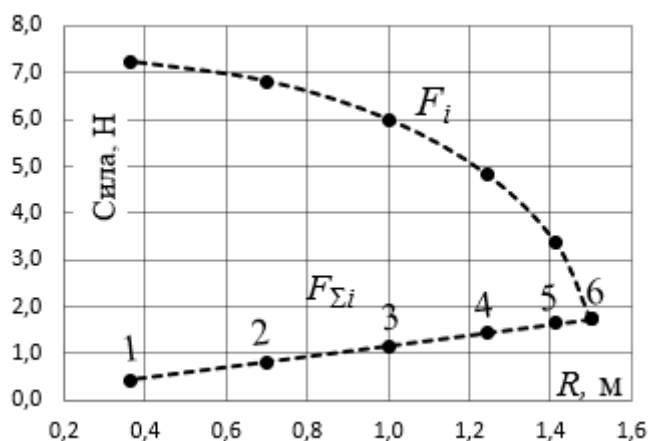


Рис. 4. Сила притяжения  $F_i$  между материальными точками  $i$  и  $i - 1$ ; равнодействующая  $F_{\Sigma i}$  в модели вращающегося твердого тела

Чем больше радиусы окружностей  $R_i$ , по которым материальные точки перемещаются (рис. 4), тем меньше расстояния  $r_i$  и силы притяжения  $F_i$  между соседними точками. Точка шесть перемещается по окружности максимального радиуса, расстояние между этой точкой и точкой пять минимально в рассматриваемой системе, также минимальна и сила притяжения между ними. Наибольшее силовое воздействие испытывает первая точка, ближайшая к оси вращения.

Сила притяжения со стороны точки пять, действующая на граничную материальную точку с номером шесть равна 1,74 Н. Величина этой силы достаточна для того, чтобы движение граничной шестой точки происходило по окружности радиуса 1,5 м с заданной угловой скоростью  $\omega = 1,08 \text{ с}^{-1}$ . Если угловая скорость вращения в данной системе увеличится, то несколько возрастут все расстояния  $r_i$  между точками, силы притяжения между всеми его элементами станут больше, что обеспечит их движение с одинаковой угловой скоростью.



Во вращающемся твердом теле происходят аналогичные процессы. Наиболее нагруженными являются элементы, находящиеся возле оси вращения. Поверхностные частицы тела, испытывают относительно небольшие силы притяжения со стороны прилегающих элементов, расположенных ближе к оси вращения. Увеличение угловой скорости вращения приводит к увеличению расстояний и сил притяжения между частицами твердого тела. Предел угловой скорости определяется прочностными характеристиками материала, из которого тело изготовлено.

#### Расчет для модели ядра вихря

На рис. 5 представлены результаты расчета для модели ядра вихря (рис.3 б) при следующих исходных данных: восемь материальных точек; угловая скорость вращения  $\omega = 1,0$  с<sup>-1</sup>; сила притяжения между точками обратно пропорциональна второй степени расстояния между ними:  $F_i = k / r_i^2$ . Рассчитаны: расстояния  $r_i$  между соседними точками; радиус траектории  $R_i$  каждой точки; модуль силы притяжения  $F_i$  между точкой с номером  $i$  и точкой с номером  $i-1$ ; модуль равнодействующей силы для каждой материальной точки  $F_{\Sigma i} = m\omega^2 R_i$ .

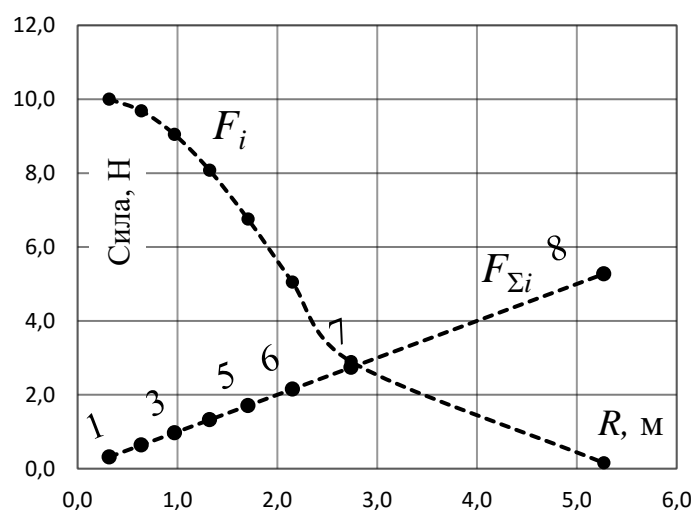


Рис. 5. Сила притяжения  $F_i$  между материальными точками  $i$  и  $i-1$ ; равнодействующая  $F_{\Sigma i}$  в модели вихря

В модели ядра вихря (рис.5), так же как в модели вращающегося твердого тела (рис. 4), с увеличением радиусов траекторий материальных точек сила притяжения между ними ( $F_i$ ) уменьшается. Но расстояния между точками при этом увеличиваются.

На точку шесть (рис. 5) действует сила притяжения со стороны точки пять  $F_{56} = 5,05$  Н, а со стороны точки семь действует сила притяжения  $F_{76} = 2,90$  Н. Равнодействующая  $F_{\Sigma 6} = 2,15$  Н. Эта сила направлена к центру окружности и ее величины достаточно, чтобы перемещать точку шесть по окружности радиуса 2,15 м с заданной угловой скоростью  $\omega = 1,0$  с<sup>-1</sup>.

Шестая точка действует на седьмую с силой  $F_{67} = 2,90$  Н. Для перемещения по окружности радиуса 2,74 м седьмой материальной точки с угловой скоростью  $\omega = 1,0$  с<sup>-1</sup> необходима равнодействующая  $F_{\Sigma 7} = 2,74$  Н. Чтобы обеспечить такую равнодействующую, сила притяжения между точками семь и восемь должна составить:  $F_{78} = 2,90 - 2,74 = 0,16$  Н. Этому взаимодействию соответствует расстояние между седьмой и восьмой точками 2,53 м, а радиус траектории восьмой точки составит 5,27 м. Для движения восьмой точки по окружности такого радиуса с угловой скоростью  $\omega = 1,0$  с<sup>-1</sup> необходимо  $F_{\Sigma 8} = 5,27$  Н, что намного больше силы  $F_{78}$ .





В этой модели материальные точки с первой по седьмую находятся в условиях, при которых они могут двигаться по окружностям с одинаковой заданной угловой скоростью, что соответствует движению частиц вращающегося твердого тела или ядра вихря. Точка восемь (и, соответственно, каждая точка, расположенная дальше от оси вращения) испытывает небольшое силовое воздействие, которое может обеспечить ее движение по окружности с меньшей угловой скоростью. Эта часть модельной системы соответствует оболочке вихря.

#### **Заключение**

На каждую частицу твердого тела или вихря действует множество сил со стороны частиц, ее окружающих. Если частица движется по окружности с постоянной линейной скоростью, то тангенциальная составляющая равнодействующей силы равна нулю, а нормальная составляющая направлена к центру окружности. Силы притяжения, действующие на рассматриваемую частицу со стороны частиц, расположенных ближе к оси вращения ( $F_n$ ), преобладают над силами притяжения со стороны частиц, расположенных дальше от оси вращения ( $F_d$ ). Равнодействующая равна разности этих сил:  $F_{\Sigma} = F_n - F_d$ . Соотношение между равнодействующей, массой частицы, угловой скоростью и радиусом окружности:  $F_{\Sigma} = m\omega^2 R$ . Чем больше радиусы траекторий частиц при одинаковой угловой скорости, тем больше  $F_{\Sigma}$  и разность ( $F_n - F_d$ ).

В твердом теле бóльшим расстояниям между частицами соответствуют бóльшие силы притяжения. При увеличении радиусов траекторий расстояния между частицами уменьшаются, силы  $F_n$  и  $F_d$  также уменьшаются, но разность сил ( $F_n - F_d$ ) увеличивается, что и позволяет всем частицам твердого тела двигаться с одинаковой угловой скоростью  $\omega_0$ .

В жидкостях и газах, как и в твердых телах, при увеличении радиусов траекторий частиц силы  $F_n$  и  $F_d$  уменьшаются. В пределах некоторого радиуса  $R_0$  разность сил ( $F_n - F_d$ ) увеличивается при увеличении радиусов траекторий и является достаточной для обеспечения движения частиц с одинаковой угловой скоростью  $\omega_0$ . Эта часть системы – ядро вихря. В оболочке вихря ( $R > R_0$ ) разность сил  $F_n$  и  $F_d$ , то есть равнодействующая, уменьшается при увеличении радиуса траектории частицы и становится недостаточной для обеспечения движения частицы по окружности с угловой скоростью  $\omega_0$ . В силу текучести слои жидкости (газа) скользят друг относительно друга. Чем больше радиус траектории, тем меньше  $F_{\Sigma} = F_n - F_d$  и тем меньше угловая скорость движения частиц.

В жидкостях и газах бóльшим расстояниям между частицами соответствуют меньшие силы притяжения. Это соотношение является причиной существования ядра и оболочки вихря.

#### *Список литературы:*

1. Алексеев С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 504 с.
2. Колодежнов В.Н. Плоское вихревое течение в цилиндрическом слое // Вычисл. мех. сплош. сред. 2021. Т. 14, № 2. С. 159-170.
3. Вараксин А.Ю. Воздушные торнадоподобные вихри: математическое моделирование // ТВТ. 2017. Т. 55, № 2. С. 291-316.
4. Вараксин А.Ю., Протасов М.В., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н. Генерация свободных концентрированных огненных вихрей в лабораторных условиях // ТВТ. 2015. Т. 53, № 4. С. 630. 110.
5. Кошляков М. Н., Белокопытов В. Н. Синоптические вихри открытого океана: обзор экспериментальных исследований // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 6. С. 613–627.
6. Говорухин В.Н. Алгоритм идентификации вихрей по векторам скорости течения на основе простейшей математической модели вихревой динамики // Комп. исследования и моделирование. 2023. Т.15, № 6. С. 1477–1493.



7. Доронина О.А., Бахвалов П.А., Козубская Т.К. Численное исследование динамики акустического излучения вихря Рэнкина // Акустический журнал. 2016. Т. 62, № 4. С. 462-473.
8. Кудряшова Н.А. Почему жидкость – жидкая? Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2020. 99 с.
9. Кудряшова Н.А. Особенности структуры самосогласованного поля молекул в жидкости // Бутлеровские сообщения. 2017. Т. 49, № 3. С. 67–74.

