



Абулгаирова Алсу Булатовна,

Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа

Малкова Мария Александровна,

Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПРОГНОЗ ЗНАЧЕНИЙ КОНЦЕНТРАЦИЙ CO₂ В АТМОСФЕРНОМ ВОЗДУХЕ

Аннотация: Вероятностные прогнозы отражают оценку вероятности возникновения всех будущих вариантов развития случайной переменной. Был проанализирован характер распределения концентрации углекислого газа в атмосферном воздухе. Строится вариационный ряд и выводятся эмпирические функции распределения концентрации CO₂. Установлено, что закон распределения концентрации CO₂ отличается в атмосферном воздухе от нормального и логнормального распределений, но с достаточной точностью описывается гамма-распределением. Гипотеза о законе распределения подтверждается критерием Колмогорова-Смирнова. Функция распределения концентрации углекислого газа в атмосферном воздухе позволяет определить вероятность превышения заданных значений показателя и количественно оценить риски их превышения.

Ключевые слова: вероятность, прогнозирование, математическая модель, концентрация углекислого газа, статистическая обработка, законы распределения

На сегодняшний день градус климатической повестки растет с каждым днем, в связи с тем увеличивается и количество предложений по регулированию выбросов парниковых газов. Поэтому представляется значимым иметь математическую модель, описывающую случайный характер распределения концентрации углекислого газа (вероятности наступления ситуаций, при которых показатель превысит или не превысит заданных значений), поскольку на ее основании могут быть сформированы мероприятия по снижению и регулированию выбросов.



Для построения математической модели проведена статистическая обработка, заключающаяся в определении полигона относительных частот концентрации углекислого газа, нахождении эмпирической функции распределения и проверке гипотез о теоретическом законе распределения.

Объем выборки (n) по концентрации углекислого газа за 23 сентября 2022 года, в период с 15:59:29 до 16:47:53 (ежесекундные наблюдения) составляет 2905 значения.

Для анализа распределения концентрации за весь период наблюдений по исходной выборке n строится полигон относительных частот (рис. 1).

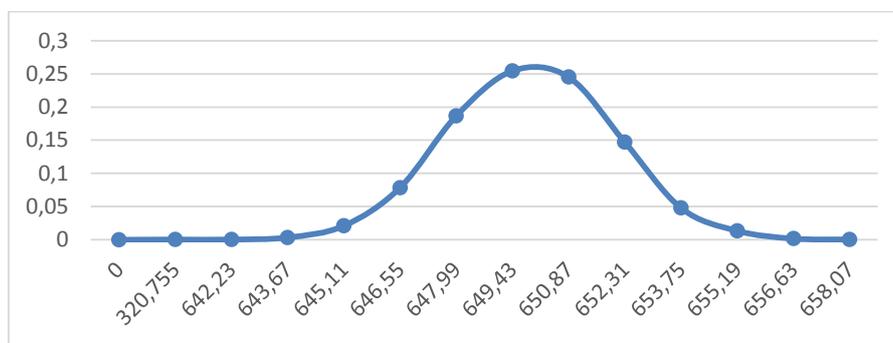


Рисунок 1 – Диапазон относительных частот концентрации углекислого газа

Для временного ряда концентрации углекислого газа величина случайной компоненты достигает более 90%. С целью минимизации влияния случайной величины предлагается разделить временной ряд измерений на периоды, равные 15 минутам (4 периода).

Закон распределения концентрации исследуется для каждого интервала по отдельности. Значения показателя из исходной выборки n группируются для каждого интервала. Определяются объемы выборок (n_i) каждого интервала, а также минимальные (x_{min}) и максимальные (x_{max}) значения концентрации для каждой выборки, строится вариационный ряд, по которому принимается ширина интервала: для первого интервала - $n_i = 931$, $x_{min} = 640,07$ мг/м³, $x_{max} = 656,56$ мг/м³, $\Delta S = 1,52$; для второго интервала - $n_i = 900$, $x_{min} = 643,07$ мг/м³, $x_{max} = 655,06$ мг/м³, $\Delta S = 1,65$; для третьего интервала - $n_i = 900$, $x_{min} = 643,07$ мг/м³, $x_{max} = 658,06$ мг/м³, $\Delta S = 2,06$; для четвертого интервала - $n_i = 174$, $x_{min} = 641,57$ мг/м³, $x_{max} = 656,56$ мг/м³, $\Delta S = 2,28$.



Для каждой выборки устанавливаются границы интервалов, вычисляются относительные частоты w_i (рис. 3.5) и значения эмпирической функции распределения $F_n(x)$ (табл. 1).

Таблица 1

Характеристики эмпирического, гамма- и теоретического распределений концентрации углекислого газа: № - номер интервала, s_1 - нижняя граница интервала, s^* - середина интервала, s_2 - верхняя граница интервала, n_i - частоты, w_i - частоты, $F_n(s_2)$ - накопленная частота, $f(s^*)$ - значения плотности гамма-распределения, $F(s_2)$ - значения функции гамма-распределения

№	s_1	s^*	s_2	n_i	$w_i=n_i/n$	$F_n(s_2)$	$F(x)$	$f(x)$
1 интервал								
1	641,59	642,35	643,11	4	0,00	0,00	0,00	0,00
2	643,11	643,87	644,63	20	0,02	0,03	0,01	0,01
3	644,63	645,38	646,14	70	0,08	0,10	0,06	0,03
4	646,14	646,90	647,66	180	0,19	0,29	0,20	0,09
5	647,66	648,42	649,18	229	0,25	0,54	0,43	0,16
6	649,18	649,94	650,7	226	0,24	0,78	0,69	0,18
7	650,70	651,46	652,22	142	0,15	0,94	0,88	0,12
8	652,22	652,97	653,73	44	0,05	0,98	0,97	0,06
9	653,73	654,49	655,25	14	0,02	1,00	0,99	0,02
10	655,25	656,01	656,77	2	0,00	1	1,00	0,00
2 интервал								
1	644,72	645,54	646,37	93	0,10	0,10	0,07	0,03
2	646,37	647,19	648,02	160	0,18	0,28	0,24	0,10
3	648,02	648,84	649,66	242	0,27	0,55	0,52	0,17
4	649,66	650,49	651,31	219	0,24	0,79	0,79	0,17
5	651,31	652,14	652,96	129	0,14	0,94	0,94	0,09
6	652,96	653,78	654,61	49	0,05	0,99	0,99	0,03
7	654,61	655,43	656,26	8	0,01	1,00	1,00	0,00
3 интервал								
1	645,13	646,16	647,19	93,00	0,10	0,10	0,15	0,06
2	647,19	648,22	649,25	399,00	0,44	0,55	0,45	0,15
3	649,25	650,28	651,31	222	0,25	0,79	0,79	0,17
4	651,31	652,34	653,37	130	0,14	0,94	0,96	0,08
5	653,37	654,40	655,43	53,00	0,06	1,00	1,00	0,02
6	655,43	656,46	657,49	2	0,00	1,00	1,00	0,00
7	657,49	658,52	659,55	1	0,00	1,00	1,00	0,00
4 интервал								
1	643,86	645,00	646,14	21	0,12	0,12	0,06	0,02
2	646,14	647,28	648,42	23	0,13	0,25	0,30	0,10
3	648,42	649,57	650,71	93	0,53	0,79	0,69	0,18
4	650,71	651,85	652,99	26	0,15	0,94	0,93	0,11
5	652,99	654,14	655,28	10	0,06	0,99	0,99	0,02
6	655,28	656,42	657,56	1	0,01	1,00	1,00	0,00



Гипотезы о соответствии эмпирических распределений нормальному и логонормальному законам, по критерию χ^2 Пирсона отклонены.

Полигоны относительных частот (рис. 3) предполагают возможность, что концентрация углекислого газа имеет гамма - распределение. Параметры a и b распределений (1) и значения функции плотности гамма-распределения (табл. 1) определяются путем подстановки в (2) значений выборочной средней и выборочной дисперсии s^2 :

для 1 интервала $\bar{x} = 649,57$, $s^2 = 5,04$, $a = 83765,34$, $b = 0,01$;

для 2 интервала $\bar{x} = 649,54$, $s^2 = 4,70$, $a = 89767,54$, $b = 0,01$;

для 3 интервала $\bar{x} = 649,54$, $s^2 = 5,03$, $a = 83811,13$, $b = 0,01$;

для 4 интервала $\bar{x} = 649,59$, $s^2 = 5,16$, $a = 81707,11$, $b = 0,01$.

Эмпирические данные не полностью совпадают с выбранными теоретическими распределениями (рис. 2). Гипотеза о гамма - распределении концентрации углекислого газа проверяется по критерию согласия Колмогорова (табл. 2).

Для 1 интервала величины $D = 0,11$, $\lambda = 0,48$. Табличное значение для уровня значимости $\alpha = 0,11$ равно $\lambda_{0,05} = 1,36$. Так как $\lambda \leq \lambda_{\alpha}$, гипотеза о том, что распределение концентрации углекислого газа в 1 интервале имеет гамма-распределение с параметрами $a = 83765,34$; $b = 0,01$, принимается.

Для 2 интервала величины $D = 0,04$, $\lambda = 0,51$. Табличное значение для уровня значимости $\alpha = 0,04$ равно $\lambda_{0,05} = 1,36$. Так как $\lambda \leq \lambda_{\alpha}$, гипотеза о том, что распределение концентрации углекислого газа во 2 интервале имеет гамма-распределение с параметрами $a = 89767,54$; $b = 0,01$, принимается.

Для 3 интервала величины $D = 0,10$, $\lambda = 0,94$. Табличное значение для уровня значимости $\alpha = 0,10$ равно $\lambda_{0,05} = 1,36$. Так как $\lambda \leq \lambda_{\alpha}$, гипотеза о том, что распределение концентрации углекислого газа в 3 интервале имеет гамма-распределение с параметрами $a = 83811,13$; $b = 0,01$, принимается.



Для 4 интервала величины $D = 0,10$, $\lambda = 0,47$. Табличное значение для уровня значимости $\alpha = 0,10$ равно $\lambda_{0,05} = 1,36$. Так как $\lambda \leq \lambda_{\alpha}$, гипотеза о том, что распределение концентрации углекислого газа в 4 интервале имеет гамма-распределение с параметрами $a = 81707,11$; $b = 0,01$, принимается.

Таблица 2

Результаты проверки гипотезы о законе распределения
по критерию Колмогорова.

1 интервал										
s_2	643,11	644,63	646,14	647,66	649,18	650,7	652,22	653,73	655,25	656,77
$F_n(s_2)$	0,00	0,03	0,10	0,29	0,54	0,78	0,94	0,98	1,00	1
Результаты проверки гипотезы о законе распределения по (1)										
$F(s_2)$	0,00	0,01	0,06	0,20	0,43	0,69	0,88	0,97	0,99	1,00
$ F_n(s_2) - F(s_2) $	0,00	0,01	0,04	0,10	0,11	0,09	0,05	0,01	0,00	0,00
2 интервал										
s_2	646,37	648,02	649,66	651,31	652,96	654,61	656,26			
$F_n(s_2)$	0,10	0,28	0,55	0,79	0,94	0,99	1,00			
Результаты проверки гипотезы о законе распределения по (1)										
$F(s_2)$	0,07	0,24	0,52	0,79	0,94	0,99	1,00			
$ F_n(s_2) - F(s_2) $	0,03	0,04	0,03	0,00	0,01	0,00	0,00			
3 интервал										
s_2	647,19	649,25	651,31	653,37	655,43	657,49	659,55			
$F_n(s_2)$	0,10	0,55	0,79	0,94	1,00	1,00	1,00			
Результаты проверки гипотезы о законе распределения по (1)										
$F(s_2)$	0,15	0,45	0,79	0,96	1,00	1,00	1,00			
$ F_n(s_2) - F(s_2) $	0,04	0,10	0,01	0,02	0,00	0,00	0,00			
4 интервал										
s_2	646,14	648,42	650,71	652,99	655,28	657,56				
$F_n(s_2)$	0,12	0,25	0,79	0,94	0,99	1,00				
Результаты проверки гипотезы о законе распределения по (1)										
$F(s_2)$	0,06	0,30	0,69	0,93	0,99	1,00				
$ F_n(s_2) - F(s_2) $	0,06	0,05	0,10	0,00	0,00	0,00				

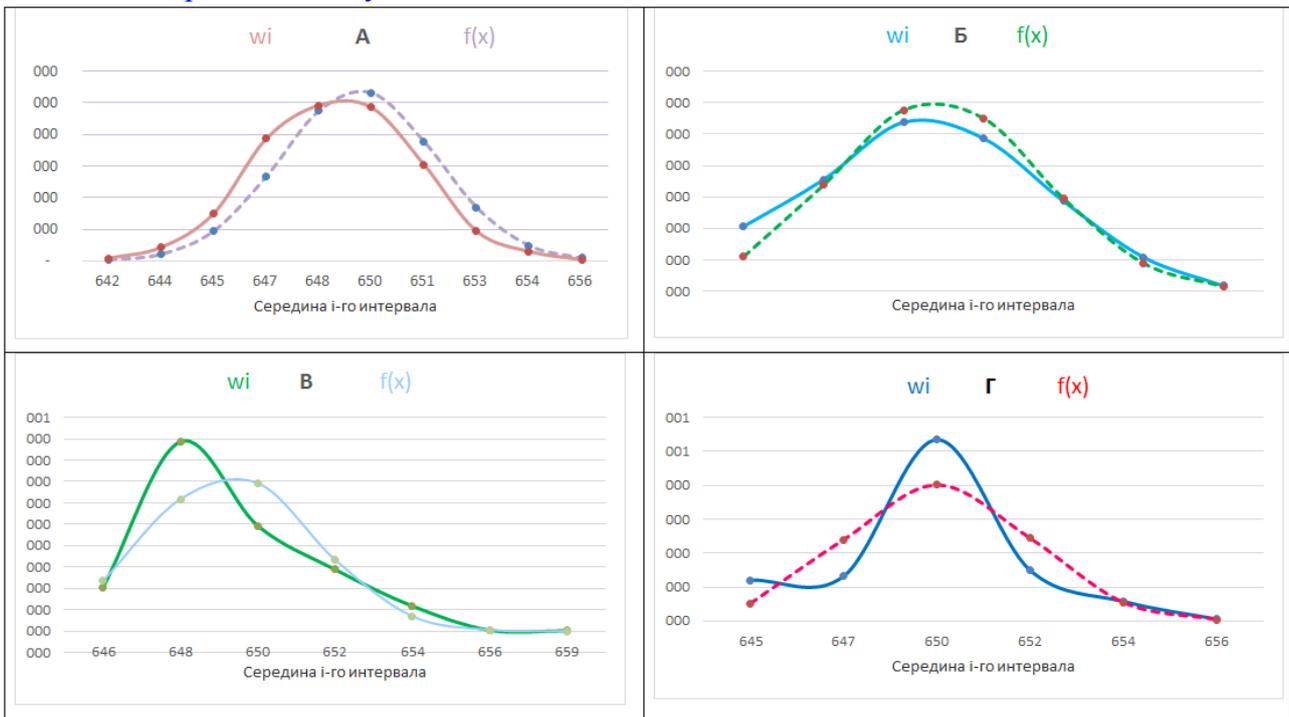


Рисунок 2 - Диапазон относительных частот ω_i
и кривая функции гамма-распределения $f(x)$ концентрации:
а) 1 интервал, б) 2 интервал, в) 3 интервал, г) 4 интервала

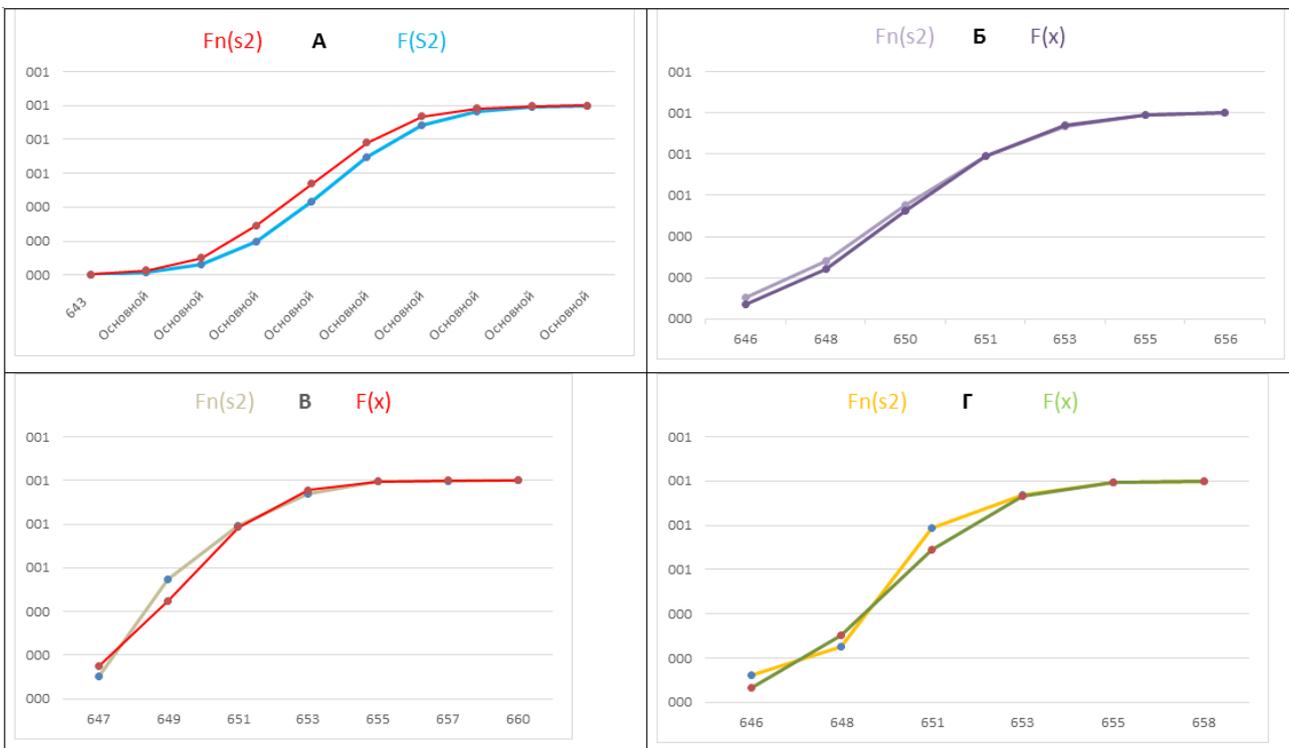


Рисунок 3– Эмпирическая $F_n(x)$ и теоретическая $F(x)$
функции распределения концентрации: а) 1 интервал, б) 2 интервал,
в) 3 интервал, г) 4 интервал.



Функции распределения достаточно точно описывают кривые эмпирических распределений окисляемости: разности между значениями теоретической и эмпирической функций распределений крайне малы (табл. 2, рис. 3).

На основе полученных функций распределения концентрации углекислого газа оценены вероятности наступления любых значимых для практики событий, с учетом сезонных особенностей изучаемого процесса (табл. 3).

Интервалы	Вероятность того, что концентрация не превысит	Вероятность того, что ПДК не будет превышен	Вероятность превышения ПДК не более, чем в 2 раза	Вероятность превышения ПДК в 3 и более раз
	от 731 до 1463,63	от 1463,63 до 1829,54	от 2561,35 до 91747,69	от 9147,69 и более
1	0,000	1,000	1,000	0,000
2	0,000	1,000	1,000	0,000
3	0,000	1,000	1,000	0,000
4	0,000	1,000	1,000	0,000

Установлено, что распределение концентрации углекислого газа во всех интервалах соответствует гамма – распределению. Полученные законы распределения концентрации позволяют определить вероятности того, что значения показателя не превысят заданной величины. Знание закона распределения концентрации углекислого газа для каждого интервала помогает достаточно точно оценить вероятности наступления любых значимых для практики событий, а точнее превышения позволят разработать мероприятия для снижения выбросов углекислого газа.