

Жамшид Бахриддинович Холмуродов,  
Аспирант, ВУНЦ ВВС «ВВА» (г. Воронеж),  
Воронеж

## ДИНАМИКА ВЛАГООБМЕНА В СИСТЕМЕ АТМОСФЕРА-ПОЧВА НА ОСНОВЕ ГИСТЕРЕЗИСНОГО ПОДХОДА

**Аннотация.** Динамика влагосодержания в подстилающей поверхности и атмосфере играет ключевую роль в моделях атмосферных процессов и явлений. В работе предлагается новая модель, описывающая динамику влагосодержания в почве, основанная на гистерезисной связи между удельным содержанием влаги в почве и матричным потенциалом.

**Ключевые слова:** гистерезис, динамика влагосодержание в почве, дифференциальные уравнения, преобразователь Преисаха.

Изменение влагосодержания в подстилающей поверхности и атмосфере играет важную роль в атмосферных процессах и явлениях. В частности, процессы генезиса внутримассовой облачности, туманов испарения, дымок и др. напрямую связаны с влагосодержанием почвы и атмосферной влажностью. Влагосодержание почвы – важный климатический параметр, влияющий на основные метеорологические величины. Кроме того, учет в прогнозных моделях влагосодержания почвы чрезвычайно при принятии решений об использовании сельскохозяйственных угодий. Существует несколько определений водного режима (ВР). В настоящей статье под таковым понимается совокупность явлений и процессов влагообмена в системе атмосфера – почва: перераспределение влаги, динамика ее содержания в капиллярах и др. [1-3]. Динамика влагосодержания почвы определяется ее расходом в течении некоторого промежутка времени. Известно, что водный режим оказывает определяющее влияние на генезис почвы и, в свою очередь, обуславливается своей предысторией. Кроме того, водный режим определяется почвенными водно-физическими свойствами и биоклиматическими, литолого-геоморфологическими факторами.

Основным источником влаги для почв являются атмосферные осадки. Кроме того, на ВР в значительной степени влияет внутрипочвенная конденсация влаги, происходящая как во внутренних объемах, так и на поверхности почвенного слоя. Систему таких источников принято считать атмосферным увлажнением почвы. При этом увлажнение почвы происходит неравномерно, во многом это связано с перераспределением атмосферных осадков на ее поверхности. Кроме того, в большинстве случаев, увлажнение почвы имеет нерегулярный характер, но есть и исключения, так, например, почвы низин, опушечных участков местности, частей склонов. В [1] приведено понятие режим влажности почвы, который является динамическим показателем и под которым понимают функцию динамики влаги со временем. Явления, связанные с количественным и качественным содержанием влаги, вызывают движения между горизонтами. Кроме того, важную роль играют, такие процессы как испарение и конденсация, а также таяние и замерзание. Именно с их помощью, определяется концентрация вещества в почве, а также его перенос в пределах почвенного ареала.

Моделирование гидрологических процессов требует учета таких показателей почвы как удельное содержание воды и ее способность впитывать воду (матричный потенциал). При этом в частично насыщенной почве, между ними существует нелинейная зависимость. Первым доказавшим, гистерезисную природу данной зависимости был Хайнс в 1930-х г.г.



[4], к сожалению, ее учет, при моделировании динамики гидрологических процессов не проводился. Такая зависимость дает возможность по-иному взглянуть на динамические модели в гидрологии.

Ниже приведена модель, проникновение влаги в почву, учитывающая гистерезисную зависимость. При этом данные об интенсивности осадков, выпадающих на почву, являются начальными условиями для самой модели. Такие значения могут быть дискретными. Как видно, приведенная ниже модель включает в себя простое дифференциальное уравнение первого порядка. Отличительной особенностью данной модели является то, что между переменными имеется гистерезисная зависимость. Данную зависимость можно описать с помощью оператора Прейсаха [5]. Стоит отметить, что выпадение осадков, не всегда может быть постоянным (они то начинаются, то прекращаются), кроме того, во времени они также имеют разную интенсивность это влияет на возникновение разрывов функции в правой части уравнения. Это является отличительной особенностью данной модели. При этом, численное построение решений возникающих разрывов, потребовало разработки специальных методов. Кроме того, требовалось обосновать и доказать существования и единственности их решений и только после этого, на их основе был реализован численный алгоритм. Так же, следует отметить, что с моментом начала или прекращения осадков мгновенно изменяется поток воды проникающие через поверхность почвы, что приводит к переключению между атмосферным и почвенным контролем в модели.

Модель, описывающая водный баланс и позволяющая учесть такие эффекты как гистерезис, возникающий между содержанием воды и матричным потенциалом носит название FEST и выглядит следующим образом [1-3]:

$$L \frac{d}{dt} \theta(t) = I(t) - D(t) - E(t), \quad (1)$$

где  $L$  – толщина слоя почвы,  $\theta(t)$  – удельное содержание воды (при условии  $0 \leq \theta \leq 1$ ),  $I(t)$  – интенсивность проникновения влаги в почву,  $D(t)$  – интенсивность дренажа под почвенный слой,  $E(t)$  – интенсивность испарения, возникающая за счет корней растений находящихся в почвенном слое.

Правая часть данной модели определяется следующим выражением

$$I(t) = \min \left\{ Q(t), \frac{\psi(t)}{A} \right\}, \quad D(t) = \frac{1}{B} \left( \psi + \frac{L}{2} \right), \quad E(t) = \frac{ET(t)}{C}, \quad (2)$$

где  $\psi$  – матричный потенциал;  $A, B, C$  – параметры уравнения;  $Q(t)$  – интенсивность наблюдаемых осадков;  $ET(t)$  – интенсивность испарения и транспирации.

Проникновение осадков через сеть макропор происходит равномерно и занимает весь объем почвенного слоя. В момент, когда поступающие осадки больше не могут впитываться почвой, излишек уходит по поверхность слоя и таким образом, возникает «запруживание». В данной модели вариант закона Дарси представляет почвенное осушение или дренаж, а также матричные силы, удерживающие воду.

Зависимость между матричным потенциалом и удельным содержанием воды моделируется с помощью оператора Прейсаха  $P$ . Исходя из этого, модель (1) примет вид

$$\begin{aligned} y'(t) &= f(t, x(t)) + g(t) = F(t, x(t)) \\ y(t) &= P[\eta(t)]x(t) \end{aligned}, \quad (3)$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  – входные и выходные параметры оператора Прейсаха с переменным состоянием  $\eta(t)$ ;  $f(t,x)$  – функция непрерывно дифференцируема по переменным  $t$  и  $x$ ;  $g(t)$  –



функция непрерывно дифференцируема, кроме точек  $T = \{\tau_i\}$ , в которых определены и ограничены значения  $g(\tau_i - 0)$ ,  $g(\tau_i + 0)$ ,  $g'(\tau_i - 0)$ ,  $g'(\tau_i + 0)$ , но  $g(t)$  или  $g'(t)$  могут иметь ограниченные разрывы в  $\tau_i$ . Также следует сделать предположение о том, что любой ограниченный интервал содержит конечное число точек  $\tau_i$  [3].

С целью апробации полученной модели, с марта 2021 г. по июль 2022 г. была проведена серия экспериментов, заключающихся в измерении количества осадков и других гидрологических величин почвы в г. Воронеже. Затем производился сравнительный анализ результатов моделирования и измерения. Суть эксперимента заключалась в следующем, на первом этапе с использованием ПЭВМ произведены численные расчеты решений модели (1). При этом для выбора плотности меры оператора Преисаха использовалась «wedge»-модель. Интенсивность осадков  $Q(T)$  рассматривалась как кусочно-постоянная функция и в качестве расчетов использовались измерения количества осадков в г. Воронеже в период с марта 2021 г. по июль 2022 г. с дискретностью измерений в один час. Вторым этапом проведения эксперимента заключался в проведение замеров водного баланса почвы на том же самом участке. При этом для определения максимальной глубины проникновения влажности и понимания на сколько адекватно прогнозирует модель данное проникновение измерения проводились на двух разных глубинах, соответственно значения  $L$  было выбрано равным 0,3 для первого массива данных, и 0,6 для второго. При этом параметры  $A$ ,  $B$ ,  $C$  подбирались таким образом, чтобы оптимизировать соответствие между данными измерений и моделью [3].

Результаты расчетов приведены на рисунке 1. На нем представлено численное решение модели (1) (в виде сплошной кривой), а также значения проведенных измерений содержания влаги в почве (в виде прерывистой кривой) для двух наборов данных измерений. При этом параметры имеют следующие значения  $A = 1,2 \times 10^6$  с,  $B = 2,6 \times 10^6$  с,  $C = 9 \times 10^6$  с,  $L = 0,3$  м. верхний график,  $A = 1 \times 10^6$  с,  $B = 1,4 \times 10^6$  с,  $C = 4 \times 10^6$  с,  $L = 0,6$  м. нижний график.

Анализ данных подтверждает, что полученные с помощью модели значения содержания влаги в почве соответствуют результатам измерений.

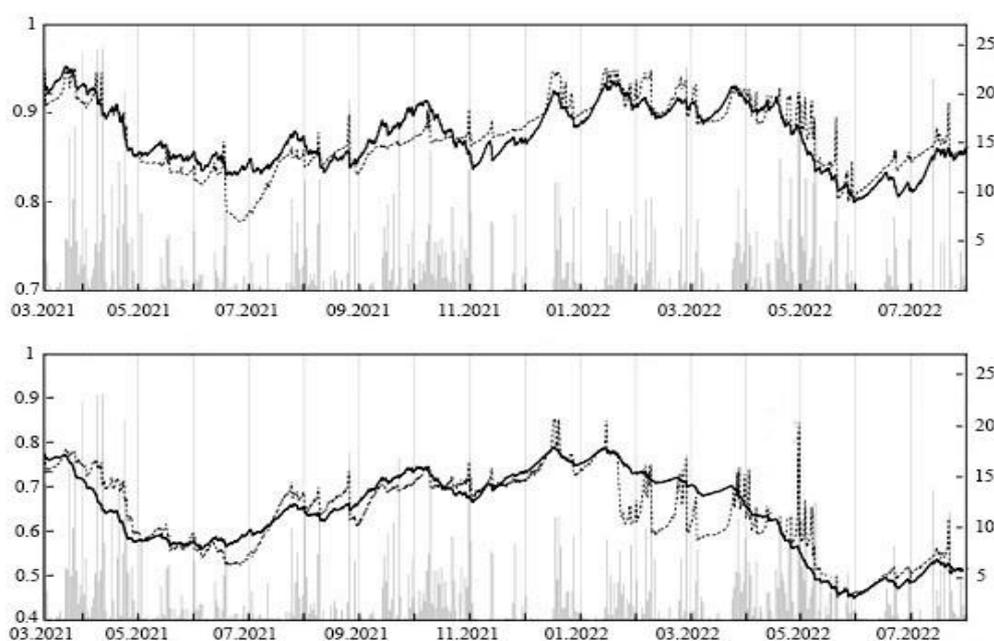


Рисунок 1 – Результаты сравнительного анализа



Графики были получены с одинаковыми параметрами «wedge»-модели. При этом серым цветом на рисунке 1 показаны данные о количестве осадков.

Кроме того, следует отметить, что на рисунке 1, также имеются явные «пики», которые не воссоздаются при помощи данной модели. Среди объяснимых причин, этому явлению можно выделить следующие. В почве имеются, как отмечалось ранее, макропоры, они заполняются водой в первую очередь. Не стоит забывать о возможных погрешностях в результатах измерений. Кроме того, на результаты расчетов также повлияло низкое разрешение данных об осадках. Также следует отметить, что модель не учитывает множества других факторов и является упрощенной, что делает результат, полученный с ее помощью, не совсем точным.

### **Заключение**

В настоящей работе предложена новая модель, описывающая динамику влагосодержания в почве, основанная на гистерезисной связи между удельным содержанием влаги в почве и матричным потенциалом. Указанная модель формализуется посредством системы дифференциальных и алгебраических уравнений. При этом в качестве модели гистерезисных связей используется преобразователь Прейсаха – модель континуальной системы неидеальных реле, соединенных параллельно. Отличительной особенностью представленной модели является тот факт, что оператор, формализующий гистерезисные связи стоит под знаком производной. Полученные результаты в рамках вычислительного эксперимента – динамика влагосодержания в течение конечного временного промежутка сравниваются с реальными данными на примере территорий, расположенных в южной части России.

### *Список литературы:*

1. Высоцкий Г.Н. Избранные сочинения. Том II. Почвенные и почвенно-гидрологические работы. М.: Изд-во АН СССР. – 1962. – 400 с.
2. Роде А.А. Избранные труды. Том IV. Проблемы гидрологии почв. М.: ГНУ Почвенный ин-т им. В.В. Докучаева. – 2009. – 598 с.
3. Красносельский А.М., Кросс Р., Покровский А.В. Нестационарные модели Прейсаха и их свойства, Доклады Академии наук. – 2001. – 381 (2). – С. 180–184.
4. Андронов А.А. Теория колебаний, М.: Физматгиз. – 1959. – 357 с.
5. Колмогоров А.Н. Элементы теории функции и функционального анализа. М.: Наука. – 1981. – 543 с.

